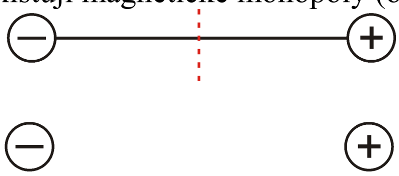
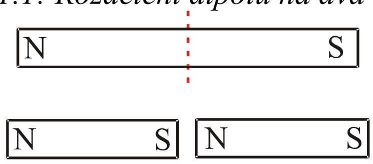
Magnetické pole

Ve starověké Malé Asii si Řekové všimli, že kámen magnetovec přitahuje podobné kameny nebo železné předměty. Číňané kolem 3. století n.l. objevili kompas. Tyčový magnet (z magnetovce nebo železa) má severní a jižní pól (značí se S a J nebo také N a S z anglického north a south). Severní pól volně otočného magnetu je ten, který se v zemském magnetickém poli otočí k severu. Lze snadno ukázat, že stejné póly se odpuzují a různé póly se přitahují. Tyčový magnet se tedy chová podobně jako dipól. Ale rozřízneme-li dipól, dostaneme kladný a záporný náboj (obr. 11.1). Rozřízneme-li magnet, získáme dva menší magnety, každý se severním a jižním pólem – neexistují magnetické monopóly (obr. 11.2).



Obr. 11.1: Rozdělení dipólu na dva náboje



Obr. 11.2: Rozdělení magnetu na dva magnety

Vzhledem k tomu, že opačné póly se přitahují a severní pól magnetu se otočí k severu, tak jižní pól zemského magnetu se nachází v Arktidě a severní v Antarktidě.

Silové působení magnetického pole

Magnety na sebe nebo na pohybující se náboj působí na dálku, to znamená, že v analogii s gravitačním nebo elektrickým polem musí existovat i **magnetické pole**. Elektrické pole je popsáno intenzitou, což je síla působící na náboj. Magnetické pole analogicky popisuje **vektor magnetické indukce**, jehož velikost je určena vztahem

$$B = \frac{F_{\max}}{|Q| v},$$

kde $F_{\max}$ je maximální síla, která může působit na náboj Q, který se pohybuje v magnetickém poli rychlostí v. Jednotkou magnetické indukce je tesla – značka T. $1\,\mathrm{T} = \mathrm{NA}^{-1}\mathrm{m}^{-1}$.

Silné elektromagnety dokážou vytvořit pole s indukcí kolem 1 T, malé permanentní magnety asi 10^{-2} T, indukce magnetického pole Země je 10^{-4} T.

Síla, kterou magnetické poje s magnetickou indukcí $\boldsymbol{B}$ působí na náboj Q pohybující se rychlostí $\boldsymbol{v}$, se nazývá Lorentzova síla

$$\boldsymbol{F} = Q\,\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}. \tag{11.1}$$

Je-li v magnetickém poli umístěn vodič protékaný proudem, tak se ve vodiči pohybují náboje a magnetické pole by na něj také mělo působit nějakou silou. Sílu působící na element délky vodiče $\mathrm{d}l$, kterým teče proud zjistíme, když si uvědomíme, že $\mathrm{d}Q = I\mathrm{d}t$ a $\mathrm{d}l = v\mathrm{d}t$. Potom

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F} = I\,\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}. \tag{11.2}$$

Směr výsledku vektorového součinu lze zjistit tak, že prsty na pravé ruce namíříme ve směru prvního vektoru tak, abychom je mohli nejkratší cestou otočit do směru druhého vektoru. Palec na pravé ruce pak ukazuje směr výsledku. Jinou pomůckou je otočit vývrtkou nejkratší cestou od prvního vektoru k druhému, směr výsledku je pak směr, kterým se vývrtka šroubuje.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

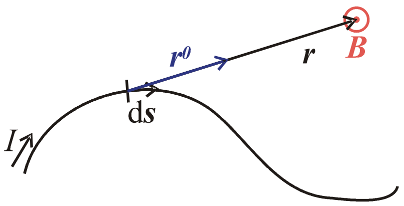
Zdůrazněme, že vektorový součin není komutativní (záleží na pořadí činitelů) a $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a}$.
V magnetismu existuje několik pravidel pro určování směru síly nebo magnetického pole. Podle mých zkušeností si mnoho lidí plete, které pravidlo je pravé a které levé ruky, a kam se u kterého pravidla dávají prsty. Je jednodušší pamatovat si pořadí argumentů v (11.1) a (11.2) a později (11.3) a pravidlo pro směr vektorového součinu.
Připomeňme, že síla, kterou magnetické pole působí na pohybující se náboj, je vždy kolmá na vektory $\boldsymbol{B}$ i $\boldsymbol{v}$. Jedním z důsledků je,že magnetická síla nekoná práci. Vzhledem k tomu, že vektory $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{v}$ a $\boldsymbol{B}$ jsou navzájem kolmé budeme často potřebovat znázornit vektor kolmý k rovině nákresu. Přitom budeme používat konvenci, kdy vektor kolmý k rovině nákresu a vystupující z roviny směrem k pozorovateli budeme značit $\odot$ (díváme-li se na vektor jako na šíp, vidíme špičku) a vektor kolmý k rovině nákresu a vstupující do roviny směrem od pozorovatele budeme značit $\otimes$ (díváme-li se na vektor jako na šíp, vidíme opeření).

Magnetické pole vodiče s proudem

Působí-li magnetické pole silou na vodič s proudem, musí podle zákona akce a reakce vodič s proudem ovlivňovat magnetické pole. Vektor magnetické indukce od délkového elementu d$\boldsymbol{s}$ vodiče protékaného proudem I (obr. 11.3) určuje **Biotův-Savartův-Laplaceův zákon**:

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = \frac{\mu}{4\pi}\frac{I}{r^2}\left(\mathrm{d}\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{r}^{0}\right), \qquad (11.3)$$

kde $\boldsymbol{r}$ je vektor směřující od elementu d$\boldsymbol{s}$ do bodu, ve kterém počítáme pole, $\boldsymbol{r}^{0}$ je jednotkový vektor ve směru $\boldsymbol{r}$ a μ je permeabilita prostředí. Permeabilita vakua $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}$ T.m.A^{-1} = 1,26.10^{-6} T.m.A^{-1}.



Obr. 11.3: Biotův-Savartův-Laplaceův zákon

Ampérův zákon

V elektrostatice se ukázalo, že pro zjišťování intenzity elektrického pole je často výhodnější použít Gaussův zákon elektrostatiky. Výpočet vektoru magnetické indukce podle (11.3) je často složitý a bylo by užitečné mít i v magnetismu podobný nástroj. Gaussův zákon to být nemůže. Ukázali jsme, že magnet se chová podobně jako dipól. V Gaussově zákonu je důležitý náboj uvnitř uzavřené plochy, ale celkový náboj dipólu je nulový, to znamená, že tok intenzity elektrického pole od dipólu je nulový. Stejně tak musí být nulový tok vektoru magnetické indukce uzavřenou plochou. Podobně jako Gaussův zákon v elektrostatice poslouží v magnetismu Ampérův zákon (zákon celkového proudu):

$$\oint \boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{s} = \mu I, \qquad (11.4)$$

kde I je proud protékající uvnitř uzavřené křivky.
Podobně jako při použití Gaussova zákona se ve skutečnosti nikdy přes uzavřenou křivku opravdu neintegruje. Vždy je třeba využít symetrie úlohy a najít takovou křivku, na které je B konstantní a přitom $\boldsymbol{B}$ je ke křivce tečné. Potom $\int \boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{s} = Bs$.
Ukažme si použití Ampérova zákon v několika užitečných případech.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Magnetické pole dlouhého přímého vodiče

Mějme velmi dlouhý přímý vodič. Vypočítejme velikost vektoru magnetické indukce ve vzdálenosti r od vodiče. Problém je symetrický vzhledem k ose totožné s vodičem. Vektor magnetické indukce v nějakém bodě musí být kolmý k rovině, ve které leží tento bod i vodič. Magnetické indukční čáry jsou kružnice se středem ve vodiči. Zvolíme-li jako integrační křivku magnetickou indukční čáru, máme zajištěno, že $\boldsymbol{B}$ a d$\boldsymbol{s}$ jsou rovnoběžné. Každý bod kružnice je navíc stejně daleko od přímky, a proto je ve všech bodech kružnice velikost B stejná.

$$B.2\pi r = \mu I ,$$

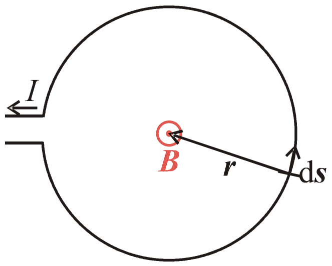
$$B = \frac{\mu}{2\pi}\frac{I}{r} . \tag{11.5}$$

Magnetické pole ve středu kruhového závitu

Pro kruhový závit protékaný proudem (obr. 11.4) nedokážeme najít vhodnou dráhu, která by umožnila využít Ampérova zákona. Vyjdeme proto přímo z (11.3). Vektor d$\boldsymbol{s}$ je kolmý na vektor $\boldsymbol{r}$, vektorový součin v závorce (11.3) se zredukuje na ds a integrál z ds je délka kružnice $2\pi r$. Délka vektoru $\boldsymbol{r}$ je rovna poloměru kružnice.

$$B = \frac{\mu}{4\pi}\frac{I}{r^2}2\pi r = \frac{\mu I}{2r} . \tag{11.6}$$

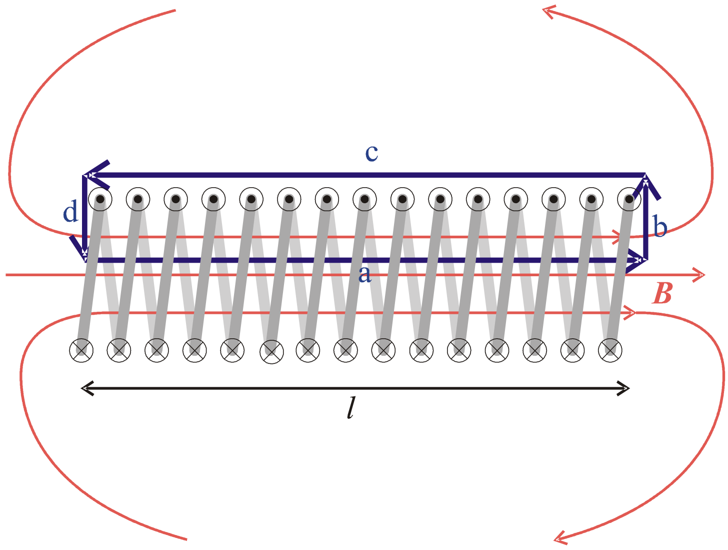
Vztah (11.6) platí jen pro střed kruhového závitu. Mimo střed v rovině smyčky vektor magnetické indukce roste se vzdáleností od středu.



Obr. 11.4: Magnetické pole ve středu kruhového závitu

Magnetické pole uvnitř solenoidu

Solenoid je dlouhá (ve srovnání s průměrem) hustě vinutá cívka o délce l a s N závity (obr. 11.5).



Obr. 11.5: Magnetické pole solenoidu

Magnetické pole uvnitř solenoidu je silné a prakticky homogenní. Využijeme Ampérův zákon (11.4). Uzavřená smyčka je na obr. 11.5 zakreslena modře – je to obdélník se stranami (a), (b), (c), (d). Integrál po uzavřené křivce rozdělíme na čtyři integrály po jednotlivých stranách

$$\oint \boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{s} = \int_a \boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{s} + \int_b \boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{s} + \int_c \boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{s} + \int_d \boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{s} = Bl + 0 + 0 + 0 .$$

Na straně (a) je $\boldsymbol{B}$ = ***konst.*** a zároveň $\boldsymbol{B}$ je rovnoběžné s d$\boldsymbol{s}$, integrál po straně (a) je tedy Bl. Na stranách (b) a (d) je $\boldsymbol{B}$ kolmé na d$\boldsymbol{s}$ a skalární součin kolmých vektorů je nulový. Na straně (c) je pole slabé, a integrál po straně (c) můžeme ve srovnání s (a) zanedbat. Proud, který teče vnitřkem uzavřené křivky je N-krát proud jedním závitem I.

$$Bl = \mu NI .$$

Vyjádříme B:

$$B = \frac{\mu NI}{l} . \qquad (11.7)$$

Magnetické pole toroidu

Toroid je solenoid stočený do tvaru prstence. Magnetické pole pak je pouze uvnitř toroidu a nevystupuje ven. Je-li poloměr prstence r, pak délka rozbaleného solenoidu je $2\pi r$. Vztah (11.7) lze přepsat do tvaru:

$$B = \frac{\mu NI}{2\pi r} . \qquad (11.8)$$

Pro reálnou cívku dokážeme rozeznat dva extrémní případy. Je-li cívka krátká proti svému průměru, lze ji považovat za N kruhových závitů a vektor magnetické indukce v jejím středu napsat jako součet vektorů od N kruhových závitů. Je-li cívka dlouhá proti svému průměru, považujeme ji za solenoid.

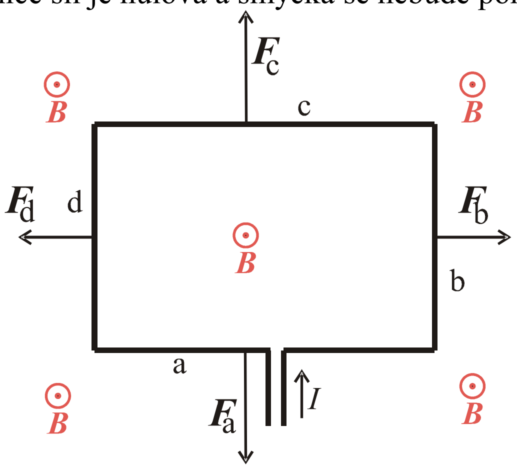
Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Smyčka s proudem v magnetickém poli

Na vodič s proudem umístěný v magnetickém poli působí síla (11.2). Praktické uplatnění má smyčka protékaná proudem. Mějme obdélníkovou smyčku o stranách a a b, kterou teče proud I. Homogenní magnetické pole je kolmé k rovině smyčky (obr. 11.6). Síly působící na strany čtverce mají směr podle obrázku 11.6. Velikost sil lze spočítat podle (11.2), uvědomíme-li si, že vektor $\boldsymbol{B}$ je kolmý na d$\boldsymbol{l}$: $F_a = F_c = IaB$; $F_b = F_d = IbB$. Dvojice stejných sil působí proti sobě a snaží se smyčku roztrhnout. Je-li smyčka dostatečně pevná (síly jsou slabé, je tedy dost pevná skoro vždy), výslednice sil je nulová a smyčka se nebude pohybovat.

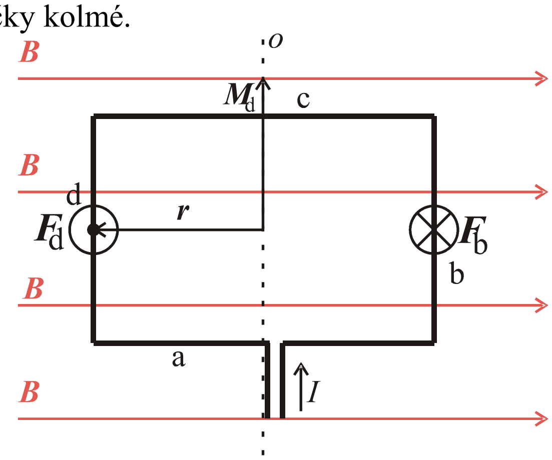


Obr. 11.6: Smyčka protékaná proudem v magnetickém poli kolmém na smyčku

V případě, že homogenní magnetické pole je rovnoběžné s rovinou smyčky (obr. 11.7), je pro strany b a d vektor $\boldsymbol{B}$ kolmý na d$\boldsymbol{l}$ a velikost síly je stejná jako v předchozím případě: $F_b = F_d = IbB$. Pro strany a a c je vektor $\boldsymbol{B}$ rovnoběžný s d$\boldsymbol{l}$, vektorový součin rovnoběžných vektorů je nula, tedy $F_a = F_c = 0$. Síly F_b a F_d jsou sice stejné, ale mají různá ramena a jejich momenty se nevyruší, ale sčítají. Velikost výsledného momentu sil je

$$M = M_b + M_d = 2M_b = 2rF_b = aF_b = IabB = ISB. \qquad (11.9)$$

Přitom jsme využili toho, že $2r = a$ a plocha obdélníka je $S = ab$. Vztah (11.9) platí pro velikost momentu sil pouze v případě, kdy magnetické indukční čáry jsou rovnoběžné s rovinou smyčky. Pak se magnetické pole snaží smyčku otočit tak, aby magnetické indukční čáry byly na rovinu smyčky kolmé.



Obr. 11.7: Smyčka protékaná proudem v magnetickém poli rovnoběžném se smyčkou

Pro obecně orientovanou smyčku lze pro velikost momentu síly odvodit vztah

$$M = ISB\sin\theta\,, \qquad (11.10)$$

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

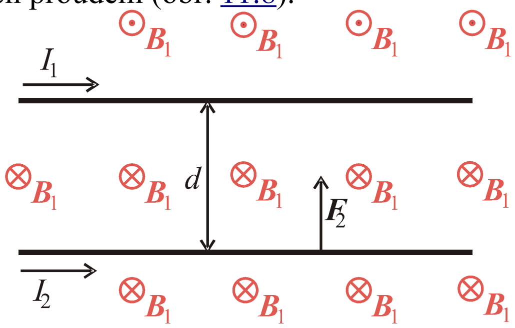
kde θ je úhel mezi normálou k ploše a vektorem $\boldsymbol{B}$. Pokud je místo smyčky krátká cívka s N závity,

$$M = INSB\sin\theta . \tag{11.11}$$

Pokud ke smyčce přidáme zařízení, které otočí směr proudu vždy, když se smyčka otočí do rovnovážné polohy, získáme **stejnosměrný elektromotor**. Jinou možností je nechat smyčkou téci střídavý proud, který má sinusový průběh – tím obdržíme **synchronní** (otáčí se se stejnou frekvencí, s jakou se mění pole) **střídavý motor**.

Silové působení dvou vodičů s proudem

V případě dvou vodičů protékaných proudem postupujeme tak, že vypočítáme podle (11.3) magnetické pole v místě druhého vodiče. Toto magnetické pole působí na druhý vodič silou podle (11.2). Obecné řešení může být velmi náročné (jeden integrál je v (11.3) a ten je uvnitř druhého integrálu (11.2)). Zaměřme se na jednodušší problém dvou rovnoběžných dlouhých přímých vodičů protékaných proudem (obr. 11.8).



Obr. 11.8: Silové působení rovnoběžných vodičů s proudem

Nejprve určíme pole, které vodič 1 vytváří v místě vodiče 2 (obr. 11.8). Pomocí (11.3) určíme, že magnetické pole od vodiče 1 v místě vodiče 2 směřuje kolmo do roviny nákresu. Velikost magnetického pole v místě vodiče 2 určuje (11.5). V magnetickém poli vytvořeným vodičem 1 leží vodič 2 a toto pole na něho působí silou (11.1). Do (11.1) dosadíme (11.5) s tím, že vodič 2 je kolmý na pole od vodiče 1.

$$F_2 = I_2 l_2 B_1 = I_2 l_2 \frac{\mu I_1}{2\pi d} = \frac{\mu}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d} l_2 . \tag{11.12}$$

Směr síly, která působí na vodič 2, zjistíme ze směru vektorového součinu v (11.2) – směřuje k vodiči 1. Podle zákona akce a reakce, když vodič 1 přitahuje vodič 2, musí i vodič 2 přitahovat vodič 1 silou stejně velkou, opačně orientovanou. Pokud ponecháme směr proudu I_1 a otočíme směr I_2, zůstane pole $\boldsymbol{B}_1$ stejné a síla $\boldsymbol{F}_2$ bude mít opačný směr.

Rovnoběžné vodiče, kterými teče proud stejným směrem se přitahují, a když proud ve vodičích teče opačným směrem, odpuzují se.

Definice Ampéru

Ampér je základní jednotkou SI. Definice vychází z vztahu (11.12).

Ampér je definován jako velikost stálého elektrického proudu, který při průtoku dvěma velmi dlouhými přímými rovnoběžnými vodiči zanedbatelného průřezu vzdálenými od sebe 1m ve vakuu vyvolá mezi těmito vodiči sílu 2.10^{-7} N na jeden metr jejich délky.