

6. Viskoelasticita materiálů

Viskoelasticita materiálů souvisí se schopností materiálů tlumit mechanické vibrace. Uvažujme harmonické dynamické namáhání (tzn. střídavě v tahu a tlaku) materiálu v oblasti elastických deformací. Při takovém namáhání se napětí i poměrná deformace všeobecně mění s časem. Poměrná deformace $\varepsilon(t)$ má přitom určité fázové zpoždění vůči působícímu napětí $\sigma(t)$. Je to způsobeno strukturálním tlumením materiálů, při kterém dochází k částečné přeměně vložené mechanické energie v teplo. V tomto případě se jedná o vnitřní tlumení materiálů. Množství disipované energie je měřítkem strukturálního tlumení. Z hlediska disipace energie při dynamickém namáhání se rozdělují materiály na elastické, viskoelastické a viskózní.

6.1 Elastické materiály

Ideálně elastický materiál je takový druh materiálu, u kterého veškerá energie akumulovaná v materiálovém vzorku při jeho zatížení je zpětně využita při odlehčení tohoto vzorku. Nedochozí tedy k žádné disipaci vložené mechanické energie v teplo u těchto materiálů. Z tohoto důvodu jsou napětí a poměrná deformace ve fázi a fázový posun δ mezi napětím a poměrnou deformací je nulový ($\delta = 0$). Dále je zřejmé, že napětí a poměrná deformace se mění harmonicky se stejnou kruhovou frekvencí ω (viz obr. 6.1). Chování ideálně elastického materiálu popisují následující rovnice:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) = \sigma_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t), \quad (6.1)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) = \varepsilon_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t), \quad (6.2)$$

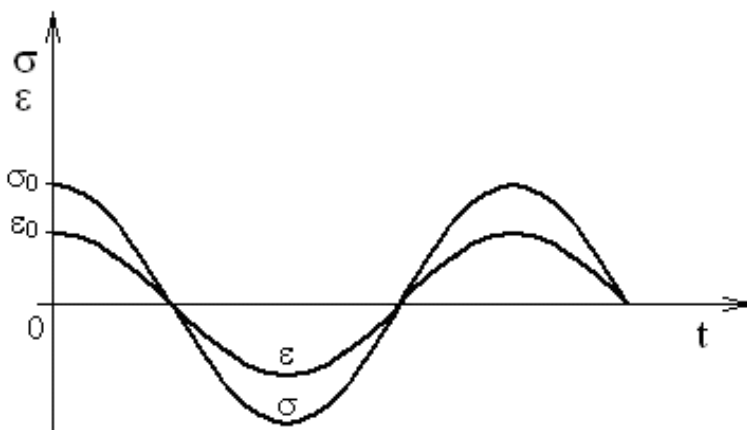
kde σ_0 je amplituda napětí, ε_0 je poměrná deformace, t je čas, ω je kruhová frekvence a f je frekvence kmitání.

Ideálně elastický materiál je takový druh materiálu, u kterého nedochází k disipaci vložené mechanické energie při harmonickém namáhání. Mezi napětím a poměrnou deformací není fázový posun.

U ideálně elastických materiálů platí Hookův zákon (viz obr. 6.2), při kterém je lineární závislost mezi napětím a poměrnou deformací:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (6.3)$$

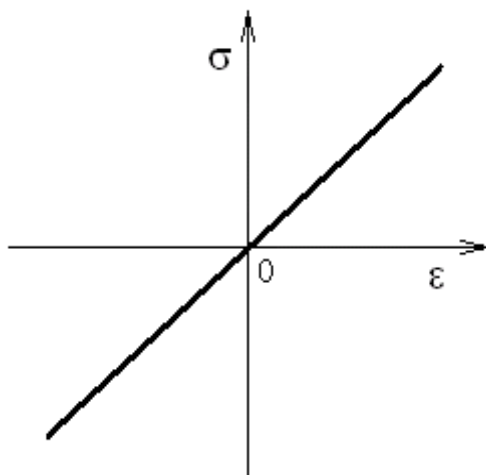
kde E je konstanta úměrnosti, tzv. Youngův modul pružnosti v tahu materiálu.



Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky



Obr. 6.1: Časová závislost napětí a poměrné deformace při harmonickém namáhání u ideálně elastických materiálů



Obr. 6.2: Časová závislost mezi napětím a poměrnou deformací při harmonickém namáhání u ideálně elastických materiálů

6.2 Viskózní materiály

Ideálně viskózní materiály se chovají úplně naopak při harmonickém namáhání ve srovnání s čistě elastickými materiály (viz obr. 6.3). Veškerá energie vložená v materiálovém vzorku při jeho zatížení se disipuje v teplo. Nedochozí tedy k žádnému zpětnému využití vložené mechanické energie při odlehčení tohoto vzorku. Napětí a poměrná deformace nejsou ve fázi u těchto materiálů. Napětí předbíhá poměrnou deformaci, přičemž fázový posun mezi těmito dvěma veličinami $\delta = \pi/2$. Chování viskózních materiálů popisují tyto rovnice:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \delta) = \sigma_0 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sigma_0 \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (6.3)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \cos(\omega \cdot t). \quad (6.4)$$

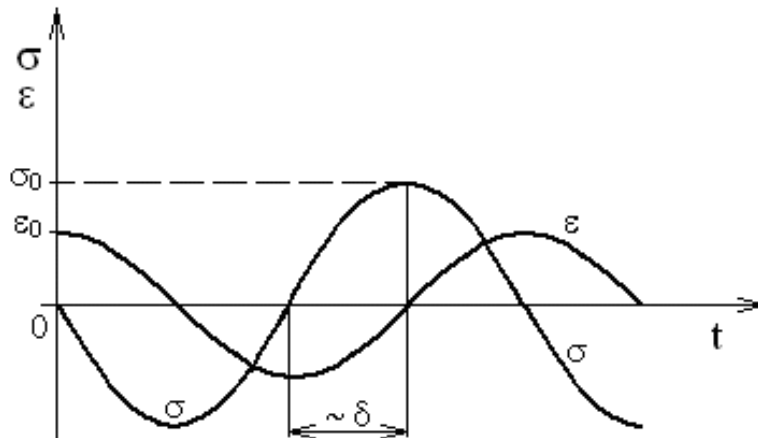
Ideálně viskózní materiál je takový druh materiálu, u kterého dochází k disipaci veškeré vložené mechanické energie při harmonickém namáhání. Napětí předbíhá poměrnou deformaci, přičemž fázový posun mezi těmito dvěma veličinami je $\delta = \pi/2$.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

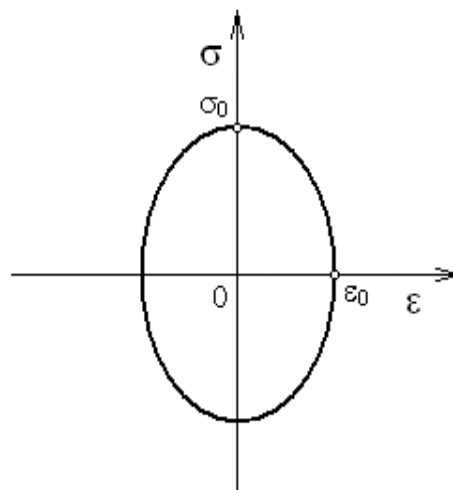


Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Obr. 6.3: Časová závislost napětí a poměrné deformace při harmonickém namáhání u ideálně viskózních materiálů



Obr. 6.4: Časová závislost mezi napětím a poměrnou deformací při harmonickém namáhání u ideálně viskózních materiálů

Jak je zřejmé z obr. 6.4, u viskózních materiálů neplatí Hookův zákon na rozdíl od elastických materiálů. V tomto případě je závislost mezi napětím a poměrnou deformací dána uzavřenou křivkou ve tvaru elipsy.

6.3 Viskoelastické materiály

Viskoelastické materiály jsou přechodovou oblastí mezi ideálně elastickými a viskózními materiály. Většina reálných látek je při namáhání charakterizována jak viskózním, tak i elastickým chováním. Jedná se především o přírodní a technické materiály (např. polymery, asfalty, mnoho typů biologických materiálů apod.). Chování viskoelastických materiálů je schématicky znázorněno na obr. 6.5. Podobně jako u viskózních materiálů, mezi napětím a deformací je určitý fázový posun. Napětí tedy předbíhá poměrnou deformaci, přičemž fázový posun mezi napětím a poměrnou deformací leží v intervalu $\delta \in (0, \pi/2)$. Pro napětí a poměrnou deformaci při viskoelastickém chování platí rovnice:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \delta), \quad (6.5)$$

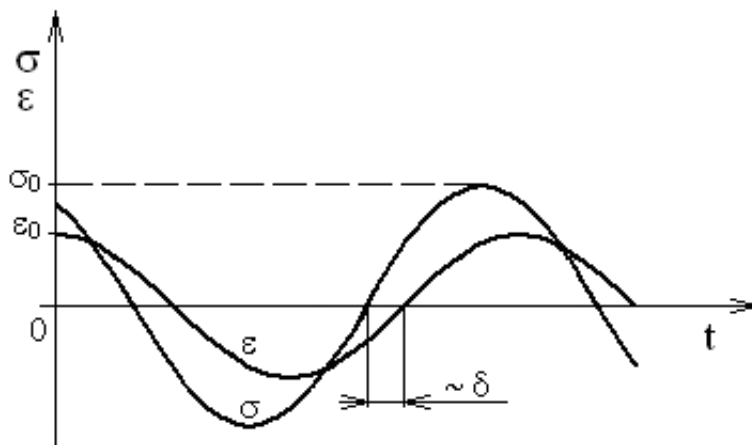
Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



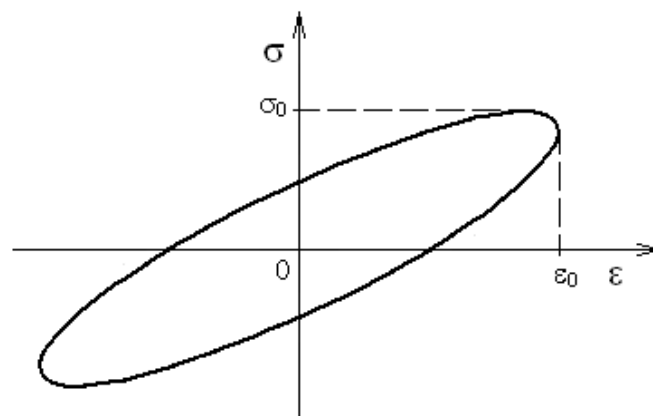
$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) . \quad (6.6)$$

Část vložené mechanické energie při harmonickém namáhání viskoelastických materiálů se zpětně využije při následném odlehčení. Zbytek energie se disipuje, přemění se v tepelnou energii. Tento proces je nevratný. Množství přeměněné mechanické energie v tepelnou energii je úměrné ploše hysterézní křivky (viz obr. 6.6), která udává závislost mezi napětím a poměrnou deformací v průběhu jednoho cyklu při harmonickém namáhání viskoelastických materiálů. Protože závislost mezi napětím a poměrnou deformací je nelineární, neplatí Hookův zákon u viskoelastických materiálů.

Viskoelastický materiál je takový druh materiálu, který nespĺňuje vlastnosti elastických i viskózních materiálů. U viskoelastického materiálu se část vložené mechanické energie při harmonickém namáhání využije při odlehčení tohoto materiálu, zbytek se disipuje. Napětí předbývá poměrnou deformaci, přičemž fázový posun mezi těmito dvěma veličinami leží v intervalu $\delta = (0, \pi/2)$.



Obr. 6.5: Časová závislost napětí a poměrné deformace při harmonickém namáhání u viskoelastických materiálů



Obr. 6.6: Časová závislost mezi napětím a poměrnou deformací při harmonickém namáhání u viskoelastických materiálů

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

6.3.1 Komplexní modul pružnosti

Rovnici (6.5), které popisuje časovou závislost napětí při harmonickém namáhání u viskoelastických materiálů, lze upravit následovně:

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \delta) = \sigma_0 \cdot \cos \delta \cdot \cos(\omega \cdot t) - \sigma_0 \cdot \sin \delta \cdot \sin(\omega \cdot t) = \\ &= \sigma_0 \cdot \cos \delta \cdot \cos(\omega \cdot t) + \sigma_0 \cdot \sin \delta \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)\end{aligned}\quad (6.7)$$

Výše uvedenou rovnici lze dále zjednodušit do tvaru:

$$\sigma = E' \cdot \varepsilon_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) + E'' \cdot \varepsilon_0 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (6.8)$$

kde E' je reálná složka komplexního (resp. dynamického) modulu pružnosti v tahu materiálu (resp. Youngův modul pružnosti v tahu) a E'' je imaginární složka komplexního modulu pružnosti v tahu materiálu (resp. ztrátový modul). Reálná složka komplexního modulu pružnosti charakterizuje pevnostní vlastnosti materiálů, imaginární složka tlumicí vlastnosti materiálů. Obě složky jsou funkcí frekvence kmitání při harmonickém namáhání a jsou vyjádřeny rovnicemi:

$$E' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cdot \cos \delta, \quad (6.9)$$

$$E'' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cdot \sin \delta. \quad (6.10)$$

Potom komplexní modul pružnosti E^* se skládá z reálné a imaginární složky a je dán vztahem:

$$E^* = E' + i \cdot E''. \quad (6.11)$$

Komplexní modul pružnosti se skládá z reálné a imaginární složky. Reálná složka charakterizuje pevnostní vlastnosti materiálů, imaginární složka charakterizuje tlumicí vlastnosti materiálů.

6.3.2 Činitel vnitřního tlumení

Poměrem imaginární složky komplexního modulu pružnosti k jeho reálné složce je definován činitel vnitřního tlumení η :

$$\eta = \frac{E''}{E'} = \operatorname{tg} \delta. \quad (6.12)$$

Činitel vnitřního tlumení je dán poměrem imaginární složky k reálné složce komplexního modulu pružnosti.

Činitel vnitřního tlumení je tedy bezrozměrná veličina, která slouží k popisu materiálů z hlediska schopnosti tlumení mechanických vibrací. Z rovnice (6.12) je zřejmé, že velikost činitele vnitřního tlumení η závisí na velikosti fázového posunu δ mezi napětím a poměrnou deformací. Při nižších hodnotách fázového posunu (tzn. při $\delta \rightarrow 0$) převažují elastické vlastnosti, naopak při vyšších hodnotách fázového posunu (tzn. při $\delta \rightarrow \pi/2$) převažují tlumicí vlastnosti u viskoelastických materiálů. Vzhledem k existenci vnitřního tlumení materiálů se Hookův zákon rozšíří do tvaru:

$$\sigma = E \cdot (1 + i \cdot \eta) \cdot \varepsilon. \quad (6.13)$$

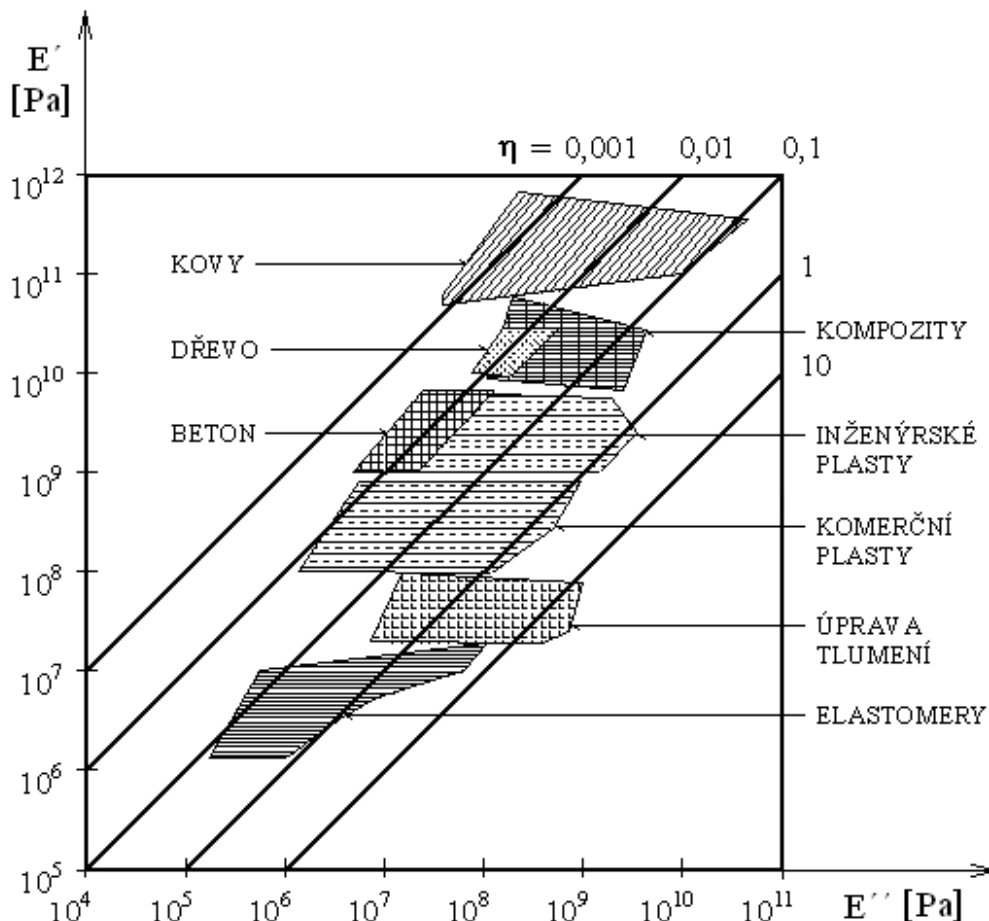
Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



6.4 Porovnání materiálů z hlediska jejich viskoelastických vlastností

Na obr. 6.7 jsou graficky znázorněny rozsahy hodnot reálné složky E' a imaginární složky E'' komplexního modulu pružnosti a činitele vnitřního tlumení η vybraných druhů materiálů. Z tohoto obrázku je zřejmé, že nejmenší hodnoty činitele vnitřního tlumení jsou dosaženy především u kovových materiálů. Z tohoto důvodu kovy patří k materiálům, které se svými vlastnostmi nejvíce blíží k ideálně elastickým materiálům. Naopak některé druhy plastů, elastomerů a materiály se speciální úpravou tlumení dosahují vyšších hodnot činitele vnitřního tlumení a tím se blíží k ideálně viskózním materiálům.

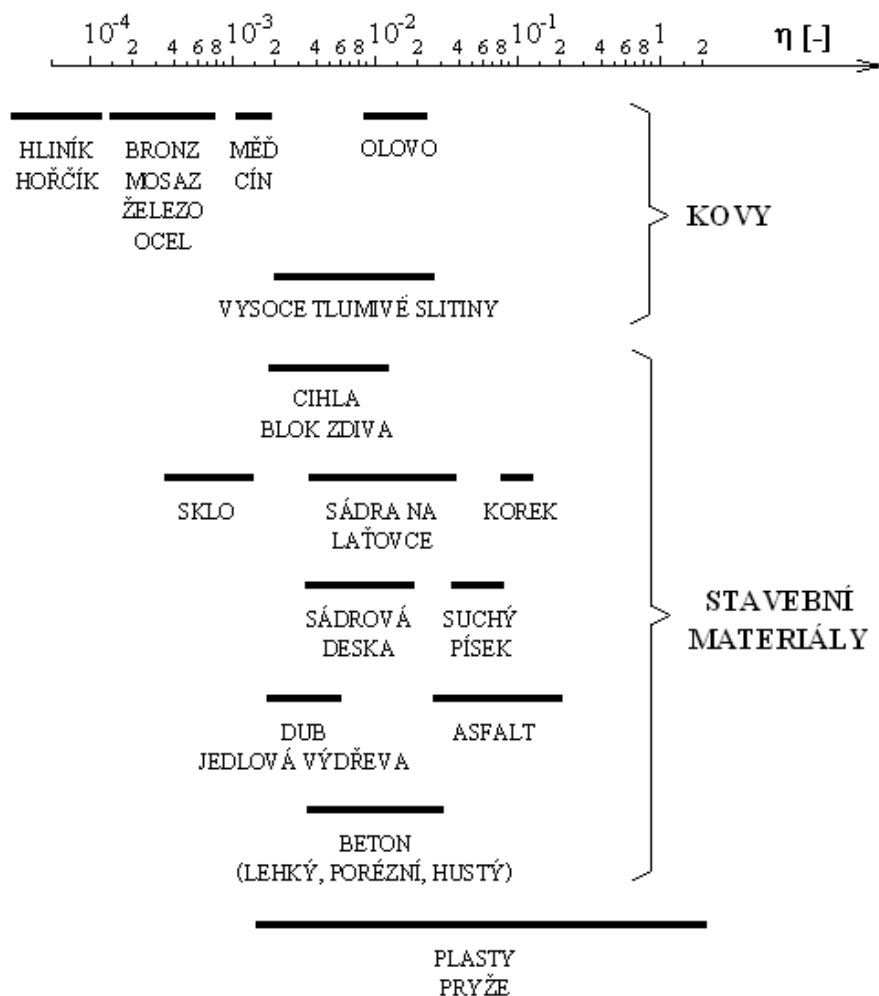
Na obr. 6.8 jsou podrobně uvedeny rozsahy hodnot činitele vnitřního tlumení některých typů kovových a stavebních materiálů. Pro srovnání jsou v obrázku zakresleny tlumicí vlastnosti plastů a pryží. Ze srovnávaných materiálů (viz obr. 6.8) je zřejmé, že hliník a hořčík patří ke kovovým materiálům s velmi zanedbatelným tlumením ($\eta \cong 0,0001$). Nejvyšších hodnot činitele vnitřního tlumení u kovových materiálů ($\eta_{max} \cong 0,025$) je dosaženo u olova a vysoce tlumivých slitin. Nízké tlumicí vlastnosti jsou dosaženy u skla z uvedených stavebních materiálů ($\eta \cong 0,001$). Naopak asfalt a korek patří ke stavebním materiálům s nejlepšími tlumicími vlastnostmi ($\eta \cong 0,1$).



Obr. 6.7: Rozsahy hodnot reálné složky E' a imaginární E'' složky komplexního modulu pružnosti a činitele vnitřního tlumení η u některých materiálů

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky





Obr. 6.8: Velikosti činitele vnitřního tlumení η u některých druhů kovových a stavebních materiálů

6.5 Testové otázky ke kapitole 6

1. Do jakých skupin se rozdělují materiály z hlediska viskoelasticity?
2. Definujte čistě elastický materiál. Jak velký je fázový posun mezi napětím a poměrnou deformací u těchto materiálů? Nakreslete obrázek s časovými průběhy napětí a poměrné deformace u čistě elastických materiálů.
3. Napište rovnice napětí a poměrné deformace pro čistě elastické materiály a specifikujte jednotlivé veličiny. Nakreslete závislost mezi napětím a poměrnou deformací u těchto materiálů.
4. Definujte čistě viskózní materiál. Jak velký je fázový posun mezi napětím a poměrnou deformací u těchto materiálů? Nakreslete obrázek s časovými průběhy napětí a poměrné deformace u čistě viskózních materiálů.
5. Napište rovnice napětí a poměrné deformace pro čistě viskózní materiály a specifikujte jednotlivé veličiny. Nakreslete závislost mezi napětím a poměrnou deformací u těchto materiálů.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

6. Jak je definován viskoelastický materiál? Jak velký může být fázový posun mezi napětím a poměrnou deformací u těchto materiálů? Nakreslete obrázek s časovými průběhy napětí a poměrné deformace u viskoelastických materiálů.
7. Napište rovnice napětí a poměrné deformace pro viskoelastické materiály a specifikujte jednotlivé veličiny. Nakreslete závislost mezi napětím a poměrnou deformací u těchto materiálů.
8. Definujte komplexní modul pružnosti, napište rovnici pro jeho výpočet. Dále napište rovnice pro výpočet reálné a imaginární složky komplexního modulu pružnosti. U rovnic specifikujte významy jednotlivých veličin včetně jejich jednotek.
9. Definujte veličinu činitele vnitřního tlumení. Napište rovnici pro tuto veličinu a specifikujte významy jednotlivých veličin. Jaké vlastnosti materiálů charakterizuje reálná složka komplexního modulu pružnosti? Jaké vlastnosti materiálů charakterizuje imaginární složka komplexního modulu pružnosti?
10. Jaké materiály se svými vlastnostmi blíží čistě elastickým materiálům? Podobně jaké materiály se svými vlastnostmi blíží čistě viskózním materiálům? Vymenujte některé materiály, které jsou (resp. nejsou) vhodné k tlumení mechanických vibrací.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ