

Elektromagnetická indukce

Magnetický indukční tok

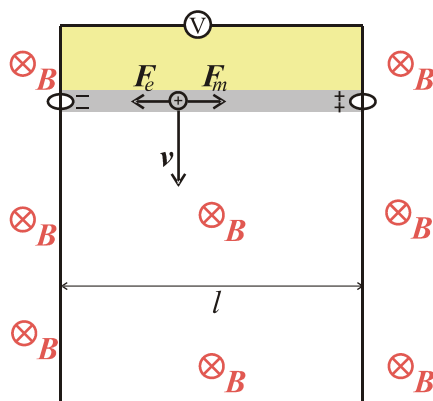
V kapitolách o Gaussově zákonu elektrostatiky jsme vztahem (8.1) definovali skalární veličinu $d\Phi_e$ nazvanou tok elektrické intenzity (nebo také elektrický tok), která odpovídá počtu siločar procházejících plochou. Při diskusi o Ampérově zákonu jsme ukázali, že tok magnetického pole uzavřenou plochou je nulový (protože neexistují magnetické monopóly). Zavedme přesto v analogii k (8.1) **magnetický indukční tok**

$$d\Phi_B = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}, \quad (12.1)$$

kde vektor $d\mathbf{S}$ má velikost plochy dS a směr normály k této ploše a \mathbf{B} je vektor magnetické indukce.

Faradayův zákon elektromagnetické indukce

Mějme homogenní magnetické pole \mathbf{B} vstupující kolmo do roviny nákresu. Do pole umístíme vodivou tyč pohyblivou po dvojici vodičů a vodivě s nimi spojenou (na obr. 12.1 tlustá šedá čára).



Obr. 12.1: Vodivá tyč pohybující se v magnetickém poli

Pohybujeme tyčí svisle dolů rychlostí \mathbf{v} . Předpokládejme, že za vodivost tyče jsou zodpovědné kladné náboje - jeden z nábojů je zakreslen na obrázku 12.1 (ve skutečnosti jsou v kovech pohyblivé záporné elektrony, ale navržený předpoklad usnadní pochopení, protože nebudeme muset uvažovat, že síla má opačný směr než intenzita). Náboj se i s tyčí pohybuje rychlostí \mathbf{v} v magnetickém poli. Podle (11.1) na něho působí magnetická síla $\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. Všechny volné kladné náboje v tyči se budou pod vlivem síly \mathbf{F}_m posunovat k pravému konci tyče – ten se nabije kladně a opačný, levý konec záporně. V tyči vznikne elektrické pole s intenzitou \mathbf{E} působící na náboje opačnou silou $\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}$ než je \mathbf{F}_m . Rovnováha se ustaví v okamžiku, kdy se velikosti obou sil budou rovnat.

$$F_e = F_m, \\ qE = qvB.$$

Mezi konci tyče vznikne napětí

$$U = El = vBl.$$

Ale v lze napsat jako ds/dt a $l \cdot ds = dS$, element plochy o kterou se zvětšila vnitřní (na obr. 12.1 žlutá) plocha. Pak

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$U = B \frac{dS}{dt} = \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Napětí na tyči se tedy rovná časové derivaci magnetického indukčního toku. Tyč pohybující se v magnetickém poli je zdrojem indukovaného elektromotorického napětí. Zobecněním těchto úvah je **Faradyův zákon elektromagnetické indukce**:

Velikost indukovaného elektromotorického napětí ve vodivé smyčce je rovna rychlosti změny magnetického indukčního toku procházejícího touto smyčkou.

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (12.2)$$

Znaménka minus v (12.2) zdůrazňuje, že indukované napětí brání změně magnetického indukčního toku, která ho vyvolala.

Vlastní a vzájemná indukce

Vlastní indukce

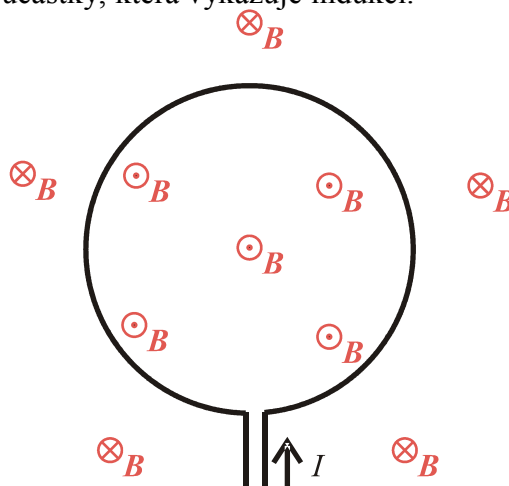
Když vodivou smyčkou teče proud (obr. 12.2), indukuje se ve smyčce magnetické pole a magnetické indukční čáry prochází vnitřkem smyčky. To znamená, že smyčkou prochází magneticky indukční tok. Magnetický indukční tok je přímo úměrný magnetické indukci a ta je přímo úměrná proudu, který teče smyčkou. Tedy $\Phi_B \approx I$. Konstantu úměrnosti v této úměře označme L a nazvěme ji **vlastní indukčnost**:

$$\Phi_B = LI. \quad (12.3)$$

Jednotkou indukčnosti je henry – značka H. $1\text{H} = 1\text{ Tm}^2\text{A}^{-1}$.

Indukce je jev, kdy magnetický indukční tok je úměrný proudu.

Indukčnost je vlastnost součástky, která vykazuje indukci.



Obr. 12.2: Vlastní indukčnost smyčky protékané proudem

Vzájemná indukce

Když jednou smyčkou teče proud (obr. 12.3), indukuje se v jejím okolí magnetické pole a magnetické indukční čáry prochází vnitřkem druhé smyčky nacházející se v blízkosti. To znamená, že druhou smyčkou prochází magneticky indukční tok. Magnetický indukční tok je přímo úměrný magnetické indukci a ta je přímo úměrná proudu, který teče první smyčkou.

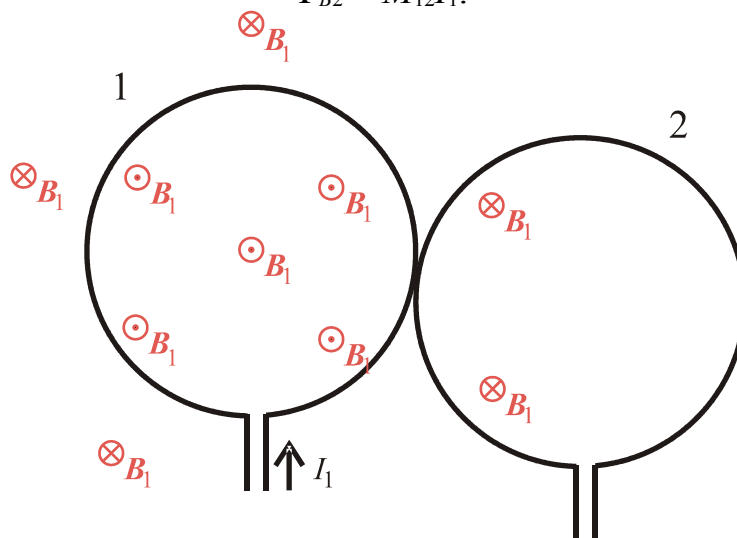
Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tedy $\Phi_{B2} \approx I_1$. Konstantu úměrnosti v této úměře označme M_{12} a nazvěme ji **vzájemná indukčnost**:

$$\Phi_{B2} = M_{12}I_1. \quad (12.4)$$



Obr. 12.3: *Vzájemná indukčnost dvojice smyček*

Vlastní indukčnost solenoidu

Magnetické pole uvnitř solenoidu je dáno vztahem (11.7). Pole uvnitř solenoidu je homogenní a magnetické indukční čáry jsou rovnoběžné s osou solenoidu. Je-li S plocha jednoho závitu, je magnetický indukční tok tímto závitem $\Phi_{B1} = BS$. Magnetický indukční tok N závitů je $\Phi_B = NBS$. Dosadíme za B (11.7)

$$\Phi_B = N \frac{\mu NI}{l} S = \frac{\mu N^2 S}{l} I.$$

Ze srovnání s (12.3) je zřejmé, že zlomek reprezentuje vlastní indukčnost L :

$$L = \frac{\mu N^2 S}{l}. \quad (12.5)$$

Faradayův zákon a indukčnost

Magnetický indukční tok nějakou součástíkou je úměrný proudu. Indukované elektromotorické napětí je dáno časovou změnou magnetického indukčního toku. To znamená, že mění-li se proud, mění se magnetický indukční tok a podle Faradayova zákona se indukuje elektromotorické napětí.

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (12.6)$$

Energie magnetického pole

Mějme solenoid s indukčností L (12.5). Teče-li solenoidem proud, který se mění, indukuje se na solenoidu napětí. Náboj který prochází solenoidem se pohybuje z místa s vyšším potenciálem do místa s nižším potenciálem. Potenciální energie tohoto náboje se sníží – přemění se na energii magnetického pole.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$dW = UdQ = UI dt = L \frac{dI}{dt} I dt = LI dI,$$

a po zintegrování

$$W = \frac{1}{2} LI^2. \quad (12.7)$$

Všimněte si formální podobnosti s (8.16b). Vztah (12.7) určuje energii solenoidu. Může být užitečné vyjádřit energii magnetického pole pomocí vektoru magnetické indukce. Dosadíme do (12.7) za indukčnost (12.5) a uvědomme si (11.7)

$$W = \frac{1}{2} \frac{\mu N^2 S}{l} I^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu NI}{l} \right]^2 \frac{lS}{\mu} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} V,$$

kde v hranaté závorce je indukce magnetického pole solenoidu podle (11.7) a součin délky a průřezu solenoidu je objem jeho dutiny, tedy objem magnetického pole. Zavedme hustotu energie $w = W/V$ a potom

$$w = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu}. \quad (12.8)$$

Všimněme si formální podoby (12.8) a (8.18).

Smyčka rotující v magnetickém poli

Velikost indukovaného elektromotorického napětí ve vodivé smyčce je rovna rychlosti změny magnetického indukčního toku. Jakými způsoby můžeme dosáhnout změny magnetického indukčního toku?

$$d\Phi = d(\mathbf{BS}) = d(BScos\varphi).$$

- 1) Změnou magnetické indukce B . Kolem nehybné smyčky pohybujeme magnetem, mění se magnetické pole a tedy i magnetický indukční tok.
- 2) Změnou plochy smyčky S . Ve statickém poli deformujeme smyčku a měníme tím její plochu a tedy i magnetický indukční tok.
- 3) Změnou úhlu mezi \mathbf{B} a \mathbf{S} . rotujeme buď smyčkou a nebo magnetickým polem.

V praxi se nejčastěji využívá poslední způsob.

Umístíme rovinnou smyčku o ploše S do homogenního magnetického pole \mathbf{B} . Magnetický indukční tok je dán (12.1). Rotujeme smyčkou tak, aby úhel mezi normálou k ploše vektorem magnetické indukce $\varphi = \omega t$.

$$\Phi = \mathbf{BS} = BScos\varphi = BScos\omega t.$$

Vznik střídavého napětí a proudu

Podle Faradayova zákona (12.2)

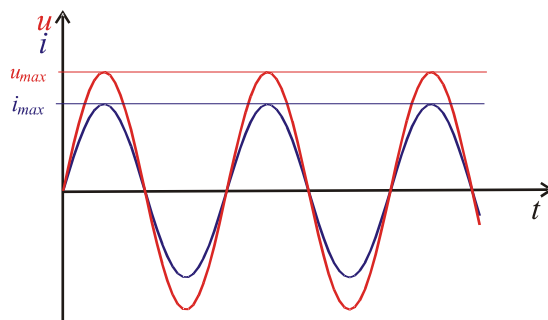
$$u = \varepsilon = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d(BS \cos \omega t)}{dt} = BS\omega \sin \omega t = u_0 \sin \omega t. \quad (12.9)$$

Na rotující smyčce se indukují napětí se sinusovou časovou závislostí. Takovému napětí říkáme **střídavé napětí** (obr.12.4).

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Obr. 12.4: Časová závislost střídavého napětí a proudu

Připojíme-li ke zdroji střídavého napětí odpor, poteče jím **střídavý proud**

$$i = \frac{u}{R} = \frac{BS\omega}{R} \sin \omega t = i_0 \sin \omega t . \quad (12.10)$$

Při vysvětlení vzniku střídavého proudu jsme použili model, kdy je magnetické pole pevné a rotuje v něm vodivá smyčka. V praxi se častěji používá uspořádání, kdy je pevná vodivá smyčka a uvnitř smyčky rotuje magnet a tedy i magnetické pole.

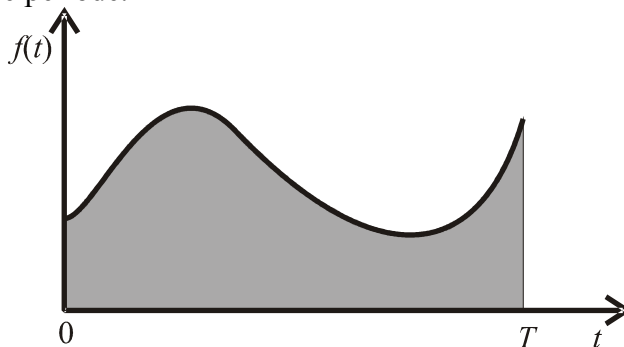
Je zvykem značit stejnosměrné napětí a proud velkými písmeny a okamžité hodnoty střídavého napětí a proudu malými písmeny.

Výkon střídavého proudu

S kapitole o stejnosměrném proudu jsme ukázali, že teče-li nějakou součástkou proud I a napětí na součástce je U , lze výkon spočítat podle (10.3) $P = UI$. Teče-li nějakou součástkou v nějakém okamžiku proud i a ve stejném okamžiku je na ní napětí u , je v tomto okamžiku výkon $P = ui$. Ale proud i a napětí se stále mění, proto nás zajímá víc než okamžitý výkon jeho střední hodnota. Střední hodnotu nějaké časově proměnné funkce $f(t)$ v časovém intervalu od 0 do T lze spočítat podle vztahu

$$\bar{f} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt . \quad (12.11)$$

Na obrázku 12.5 je tento vzorec zdůvodněn – integrál funkce je plocha pod křivkou (na obr. 12.5 šedě). Vydělíme-li plochu délkou integračního intervalu, zjistíme výšku obdélníka, se stejnou plochou – tedy průměrnou hodnotu $f(t)$. Je-li funkce periodická, je rozumné počítat střední hodnotu v jedné periodě.



Obr. 12.5: Výpočet střední hodnoty funkce

Mějme součástku na kterou je přiloženo střídavé napětí (12.9)

$$u = u_0 \sin \omega t , \quad (12.12)$$

a teče jí střídavý proud

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$i = i_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (12.13)$$

u_0 a i_0 jsou amplitudy napětí a proudu. Později ukážeme, že napětí a proud obecně nemusí být ve fázi, ale mohou být posunuty o φ . Střední hodnota výkonu za jednu periodu T :

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \int_0^T u(t)i(t)dt = \int_0^T u_0 \sin \omega t i_0 \sin(\omega t + \varphi) dt, \\ \bar{P} &= \frac{u_0 i_0}{2} \cos \varphi. \end{aligned} \quad (12.14)$$

Jsou-li napětí a proud ve fázi, $\varphi = 0$ a výkon střídavého proudu je maximální. Člen $\cos \varphi$ se nazývá **účinník** a udává kolikrát je výkon v daném obvodu menší než odpovídá optimálnímu případu $\varphi = 0$.

Maximální, střední a efektivní hodnota střídavého napětí a proudu

Je-li napětí dáno vztahem (12.12) a proud (12.13), jsou $u_{max} = u_0$ a $i_{max} = i_0$ **maximální hodnoty** (amplitudy) napětí a proudu.

Střední hodnota funkce $\sin(x)$ za jednu periodu je nulová. Proto jsou **střední hodnoty** střídavého napětí a proudu nulové.

Podle (12.14) je výkon střídavého napětí menší, než odpovídá součinu těchto hodnot. Proto zavádíme **efektivní hodnoty** napětí a proudu

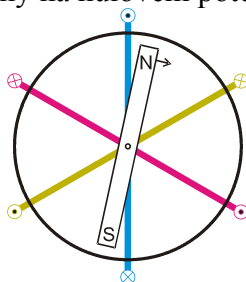
$$u_{ef} = \frac{u_0}{\sqrt{2}} \text{ a } i_{ef} = \frac{i_0}{\sqrt{2}}. \quad (12.15)$$

Je-li $\varphi = 0$, pak je výkon střídavého proudu součinem efektivních hodnot napětí a proudu podobně jako je výkon stejnosměrného proudu součinem napětí a proudu. Jinými slovy efektivní hodnota proudu je taková hodnota, která při průchodu rezistorem dává stejný výkon jako stejnosměrný proud. Nemí-li výslovně uvedeno jinak, myslí se hodnotami napětí a proudu právě jejich efektivní hodnoty. Stejně tak elektrické přístroje jsou zpravidla cejkovány na efektivní hodnoty střídavých veličin.

Efektivní elektrické napětí v síti nízkého napětí (prakticky v zásuvce doma) v České republice je 230 V při frekvenci 50 Hz. Do roku 1993 to bylo 220 V/50 Hz. Stejně napětí a frekvence se používá v celé Západní Evropě. V zemích bývalého SSSR zůstávají u 220 V, v USA je to 120 V/60 Hz. Maximální hodnota napětí v zásuvce u nás je tedy $230 \cdot \sqrt{2} = 325$ V.

Třífázový proud

V praxi se používají generátory, které mají místo jedné cívky namotané tři otočené navzájem o 120° (obr. 12.6). Na každé s cívky se indukuje napětí o stejné amplitudě, ale posunuté proti ostatním dvěma o $\pm 120^\circ$ (obr. 12.7). Takovému napětí říkáme **třífázové napětí** a odpovídajícím proudům **třífázový proud**. K rozvodu takového napětí je třeba čtyř vodičů (jeden pro každou fázi a jeden společný na nulovém potenciálu).



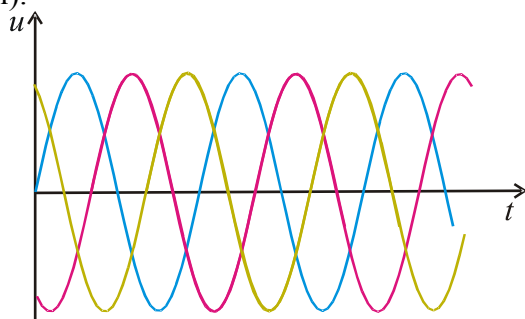
Obr. 12.6: Generátor třífázového proudu

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky

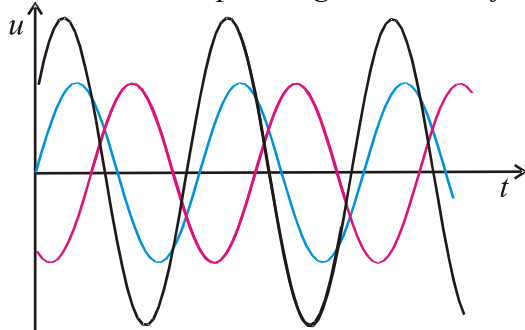


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Efektivní hodnota každého ze tří napětí proti nulovému potenciálu je $u_{ef} = 230 \text{ V}$. Spotřebič lze připojit nejen mezi libovolnou fází a nulový potenciál (kde je rozdíl zmíněných 230 V), ale i mezi dvě různé fáze. Mezi dvěma fázemi je opět střídavé napětí, ale s vyšší amplitudou (na obr. 12.8 jsou azurovou a purpurovou barvou vyneseny časové závislosti napětí dvou ze tří fází a černě jejich rozdíl).

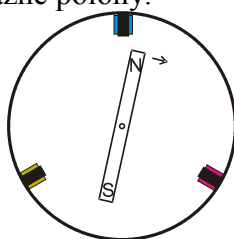


Obr. 12.7: Časová závislost napětí na generátoru třífázového proudu



Obr. 12.8: Časová závislost rozdílu napětí mezi dvěma fázemi třífázového proudu

Efektivní hodnota napětí mezi dvěma fázemi je 400 V (v minulosti, kdy napětí na jedné fázi bylo 220 V byla efektivní hodnota napětí mezi fázemi 380 V). Hlavním důvodem pro používání třífázového proudu je skutečnost, že použijeme-li trojici cívek uspořádanou podle obrázku 12.9, získáme točivé magnetické pole velmi výhodné pro elektromotory. Při použití jednofázového motoru pole jen obrací svůj směr a je problém, jak zajistit otáčení rotoru v okamžiku, kdy se dostal do rovnovážné polohy.



Obr. 12.9: Třífázový elektromotor

Indukční ohřev

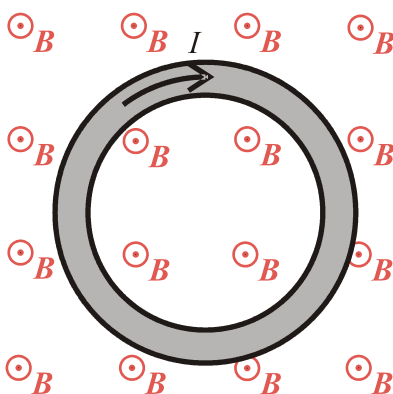
Vložme vodivý prsteneč o malém odporu R do kolmého homogenního magnetického pole (obr. 12.10). Předpokládejme, že se velikost vektoru magnetické indukce v čase zvětšuje. V prstenci se indukuje napětí ϵ podle (12.2) a prstencem teče proud $I = \epsilon/R$ a na teplo se přemění energie $P = \epsilon \cdot I = \epsilon^2/R$. To znamená, že prsteneč vložený do proměnného magnetického pole se bude zahřívat. Pokud do magnetického pole vložíme vodivý disk, můžeme si ho představit jako složený ze soustředných prstenců a bude se zahřívat i tento disk.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Proudům tekoucím ve vodiči nacházejícím se v proměnném magnetickém poli říkáme **vířivé proudy**.



Obr. 12.10: Vznik vířivých proudů

Indukční sklokeramická deska je založena na stejném principu. Pod deskou je umístěna cívka kterou teče střídavý proud a která vytváří proměnné magnetické pole. Sklokeramická deska sama je nevodivá, magnetické pole jí prochází a vstupuje do vodivého dna hrnce. Dno hrnce se zahřívá a od něho se zahřívá i připravovaný pokrm. Výhodou tohoto uspořádání proti klasickému ohřevu odporovou spirálou je přímočarost přenosu energie,. Při klasickém ohřevu proud prochází spirálou a zahřívá ji, spirála předává teplo plotýnce a plotýnky se přenáší do dna hrnce (dno nepřiléhá dokonale a existuje pod ním izolující vrstvička vzduchu). Při indukčním ohřevu teplo vzniká přímo ve dně hrnce, ohřívání je rychlejší a úspornější. Přiložíme-li na sklokeramickou desku ruku, nezahřeje se, protože vodivost ruky je mnohem menší než vodivost kovu a tedy i energie, která se v ruce přemění na teplo je zanedbatelná.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ