

10. Těžiště

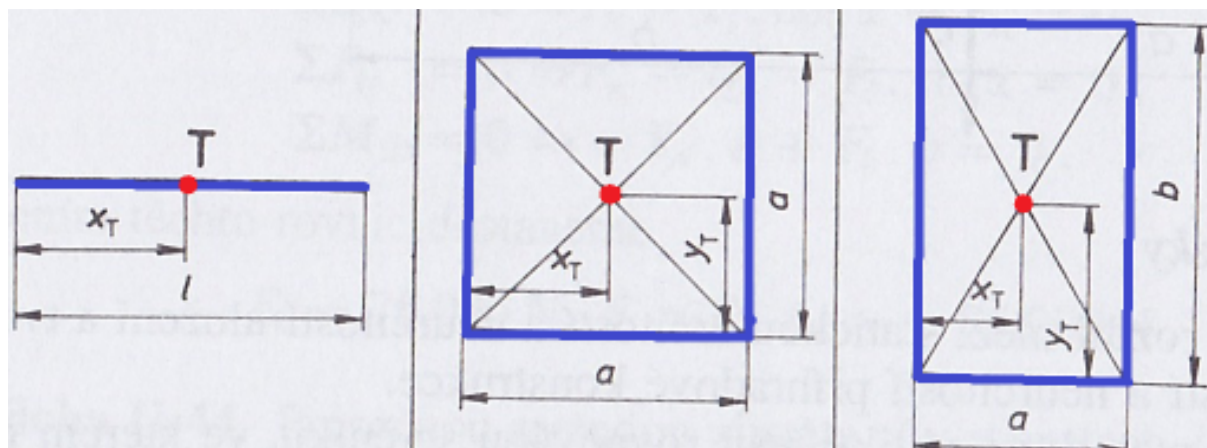
Každé těleso je sestaveno z nečíslného počtu částic, které jsou k Zemi přitahovány silou, rovnající se tíze těchto částic. Vzhledem k tomu, že poloměr zemské koule je nesrovnatelně větší než rozměry konkrétních těles, lze směry jednotlivých tíhových sil považovat za rovnoběžné. Výslednice všech tíhových sil leží na těžnici tělesa, která prochází jeho těžištěm. Protože těžiště leží vždy v průsečíku těžnic, stačí u rovinných útvarů zjistit polohu dvou na sebe kolmých těžnic, protože v tomto případě je jejich průsečík nejpřesněji zjistitelný.

Těžiště je bod, ve kterém si můžeme představit soustřednou veškerou tíhu tělesa. Vyšetřování polohy těžiště se proto převádí na zjištění polohy dvou výslednic tíhových sil, působících ve dvou na sebe kolmých směrech.

Jde tedy o zjištění polohy výslednice soustavy rovnoběžných sil. Při řešení polohy těžiště rovinných útvarů je nutné si uvědomit, že tíhovou sílu reprezentuje u rovinné čáry její *délka* a u rovinné plochy její *plošný obsah*.

10.1 Těžiště základních geometrických útvarů

Každý geometrický útvar je možné rozložit na určitý počet základních geometrických útvarů. Při zjišťování polohy těžiště složených útvarů je proto nutné znát polohu těžiště základních geometrických útvarů. Následující obrázky ukazují základní geometrické tvary a jejich možnosti určení těžiště.

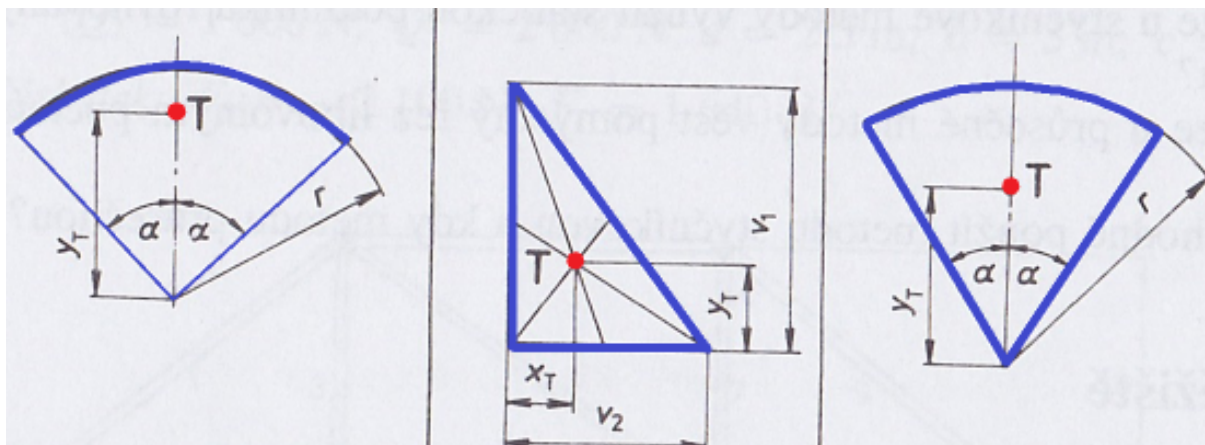


Obr. 10.1 Těžiště: úsečka, čtverec a obdélník

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Obr. 10.2 Těžiště: kruhový oblouk, trojúhelník a kruhová výseč

Pro výpočet základních geometrických útvarů lze využít tyto rovnice:

Úsečka: $x_T = \frac{1}{2}$

Čtverec: $x_T = y_T = \frac{a}{2}$

Obdélník: $x_T = \frac{a}{2}; y_T = \frac{b}{2}$

Kruhový oblouk: $y_T = r \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha}$

Trojúhelník: $x_T = \frac{v_2}{3}; y_T = \frac{v_1}{3}$

Kruhová výseč: $y_T = \frac{2}{3} \cdot r \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha}$

10.2 Těžiště složené rovinné čáry

Budeme uvažovat takovou složenou rovinnou čáru, kterou lze rozdělit na určitý počet základních elementárních geometrických útvarů, to je úseček a kruhových oblouků. V těžištích těchto přímkových, resp. kruhových úseků zavedeme ve dvou na sebe kolmých směrech síly, které reprezentují jejich délky. Souřadnice těžiště x_T, y_T potom vypočteme pomocí vztahu 10.1, ve kterém sílu nahrazujeme délkou příslušné úsečky nebo kruhového oblouku.

$$x_T = \frac{\sum l_i \cdot x_i}{l} \quad (10.1)$$

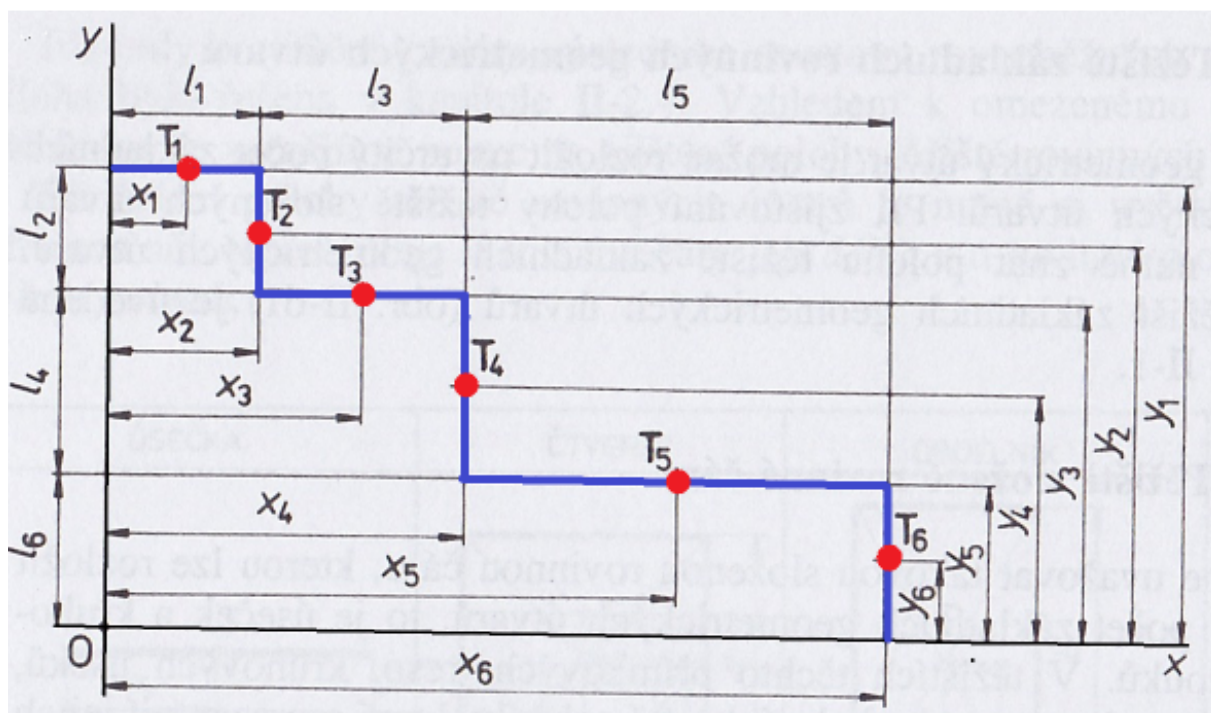
Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$y_T = \frac{\sum l_i \cdot y_i}{l} \quad (10.2)$$

Kde x_i, y_i jsou souřadnice těžišť, jednotlivých přímkových nebo kruhových úseků (m, mm);
 l_i – délky jednotlivých přímkových nebo kruhových úseků (m, mm);
 $l = \sum l_i$ – je celková délka složené rovinné čáry (m, mm).



Obr. 10.3 Složená rovinná čára

10.3 Těžiště složené rovinné plochy

Řešit budeme pouze takovou složenou rovinnou plochu, kterou lze rozložit na určitý počet základních ploch, to je obdélníků, čtverců, trojúhelníků a kruhových výsečí. Polohu těžiště základních geometrických útvarů jsme uvedli výše v kapitole 10.1.

Souřadnice těžiště složené rovinné plochy x_T, y_T vypočteme podobně jako souřadnice těžiště složené rovinné čáry pomocí vztahů, kde nahradíme délku l plošným obsahem S .

$$x_T = \frac{\sum S_i \cdot x_i}{S} \quad (10.3)$$

$$y_T = \frac{\sum S_i \cdot y_i}{S} \quad (10.4)$$

Kde x_i, y_i jsou souřadnice těžišť, jednotlivých dílčích ploch, na které jsme složenou plochu rozložili (m, mm);

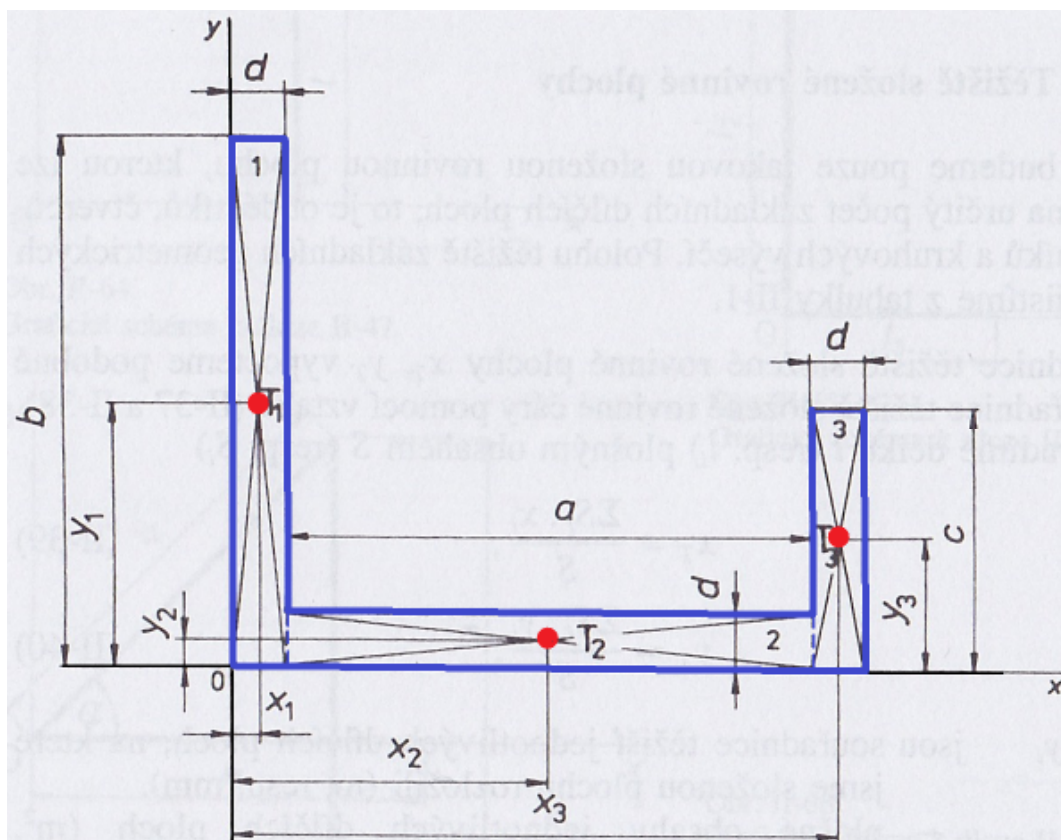
S_i – plošné obsahy jednotlivých dílčích ploch (m^2, mm^2);

$S = \sum S_i$ – plošný obsah celé složené plochy (m^2, mm^2).

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Obr. 10.4 Grafické schéma a rozdělení na plochy

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ