Laboratorní úloha č. 3 - Kmity I

Úkoly měření:

1. Seznámení se s měřením na osciloskopu – nastavení a měření základních veličin ve fyzice (frekvence, perioda, amplituda, harmonické, neharmonické kmity).
2. Zapojení osciloskopu pro měření skládání dvou kmitání v rovnoběžném směru. Studium fázového posuvu a jeho vlivu na průběh a vzhled výsledného kmitání.
3. Zapojení osciloskopu pro měření skládání dvou kmitání v navzájem kolmém směru. Studium Lissajouseových obrazců.

Použité pomůcky a přístroje:

Osciloskop, dva generátory kmitů, propojovací vodiče s BNC koncovkami.

Teorie:

Kmitání (též oscilace) je změna nějaké veličiny (typicky v čase) vykazující opakování nebo tendenci k němu. Můžeme ho pozorovat nejen ve fyzice a mechanice (kyvadlo, závaží na pružině, písty v motoru), ale i v mnoha jiných odvětvích např. biologii (chvění bubínku ucha při příjmu zvuku, EKG srdce, hlasivky při mluvení), chemii (nestability na styku dvou kapalin rozdílné hustoty), klimatologii (rychlost kmitání částic v dané výšce) nebo třeba v sociálních vědách (hospodářský cyklus).

Pravděpodobně nejznámějším typem je mechanické kmitání (oscilace, vibrace), kdy dochází k mechanickému pohybu tělesa, soustavy hmotných bodů nebo jen jednoho hmotného bodu po úsečce nebo kruhovém oblouku kolem rovnovážné polohy. Toto těleso (hmotný bod) se od rovnovážné polohy vzdaluje vždy do určité konečné vzdálenosti. Pohyb je zde charakterizován časově proměnnými veličinami, jedná se tedy o nestacionární děj.

Rovnovážnou polohou nazýváme polohu o minimální potenciální energii. Pokud na oscilátor nepůsobí vnější síly, tak setrvává v této pro něj energeticky výhodné rovnovážné poloze. Jako příklad můžeme uvést těleso zavěšené na pružině, kdy je tato poloha dána rovnováhou dvou sil a to síly pružiny a tíhy soustavy pružina-těleso. V případě rozkmitání oscilátoru je jeho poloha v daném čase označována pojmem okamžitá výchylka.

Obecně popsat kmitání není zcela snadné. Jedná se zde o popis pomocí diferenciální rovnice nebo soustavy diferenciálních rovnic. Přičemž jejich počet je dán stupni volnosti systému.

Základní charakteristiky kmitání:

Pokud pohyb vykazuje opakující se průběh vždy po stejném časovém intervalu T, pak se tento pohyb nazývá periodický, přičemž veličinu T nazýváme periodou kmitavého pohybu. Ostatní pohyby se označují jako aperiodické (neperiodické), příkladem jsou třeba lineární obvody druhého řádu v elektrotechnice.

Nejjednodušším pohybem je harmonický pohyb, kdy je možné popsat okamžitou výchylku pomocí goniometrické funkce sinus nebo kosinus. Proč zrovna tyto funkce? Harmonický kmitavý pohyb si totiž můžeme znázornit jako pravoúhlý průmět polohy rovnoměrně se pohybujícího bodu po kruhové dráze do svislé osy souřadného systému. Jeho grafickým znázorněním v čase pak bude funkce sinus nebo kosinus. Rovnovážná poloha je zde určena středem kružnice.

Pokud při kmitání dosahuje oscilátor v čase stále stejné maximální vzdálenosti od rovnovážné polohy, pak tento pohyb nazýváme netlumeným a výsledkem jsou netlumené kmity. Pokud se maximální výchylka s časem snižuje, tak se jedná o tlumené kmitání.

V reálném světě se bude vždy jednat o kmitání tlumené, jelikož vždy existují třecí a odporové síly, které oscilátor po určitém čase utlumí. I kdybychom odstranily tyto síly, tak bude docházet dle druhého termodynamického zákona k přeměně mechanické energie na tepelnou. V případě pružinového oscilátoru jde například o vyvinuté teplo vznikající při deformaci pružiny. Někdy je toto tlumení naopak i žádoucí viz třeba soustava pružina-tlumič v podvozku automobilu. Zde by v případě neutlumení kmitů vznikajících při překonávání nerovností docházelo ke značnému „nekomfortu“ jízdy. Pokud bychom ale nezbytně vyžadovali netlumené kmitání, tak je u oscilátoru možno využít vhodně zvolené síly, která bude pokrývat tyto „ztráty“ vyvolané chováním systému v reálném prostředí.

Kinematika kmitání:

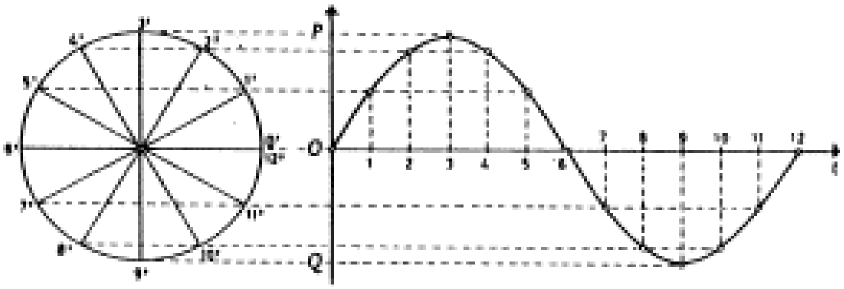
Jak již bylo řečeno, základní veličinou charakterizující harmonický mechanický pohyb je perioda T, určující časový okamžik, po kterém se pohyb opakuje. Jelikož se jedná o časový okamžik, je její jednotkou v SI soustavě sekunda [T] = s.

Počet opakování děje za jednotku času udává frekvence (kmitočet) f. Jednotkou frekvence je v SI soustavě s^{-1}, ale všeobecně zavedenou používanou jednotkou je hertz, [f] = s^{-1} = Hz (hertz). Jednotka je pojmenovaná podle profesora Heinricha Rudolfa Hertza, německého fyzika a mechanika zabývajícího se problematikou elektromagnetických vln.

Matematicky lze frekvenci ve vztahu k periodě zapsat pomocí rovnice:

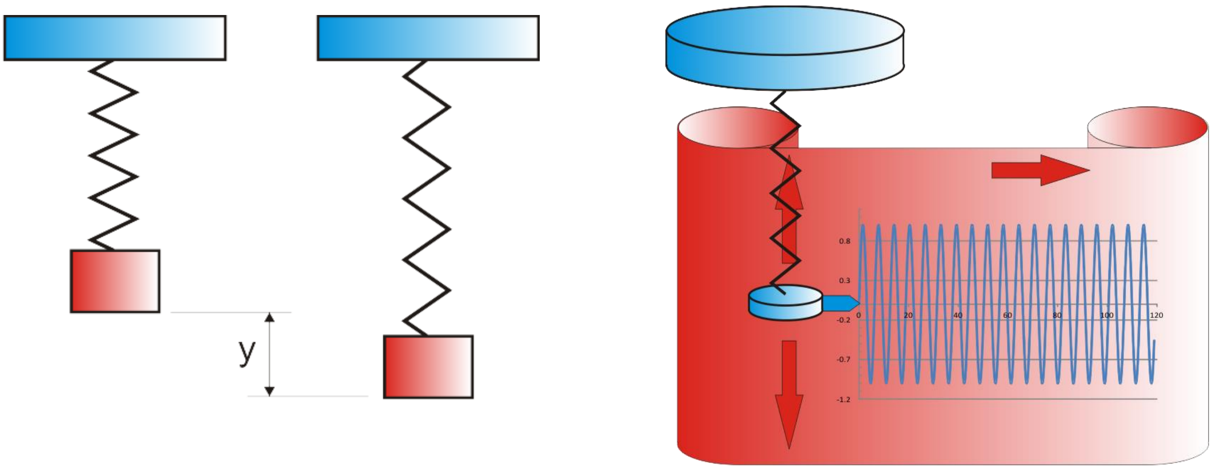
$$f = \frac{1}{T} \quad (1)$$

Při harmonickém kmitání dochází ke změně okamžité výchylky, která nabývá kladných, ale i záporných hodnot. Pro názornost se můžeme podívat na obr. 1, který znázorňuje rovnoměrný pohyb hmotného bodu po kružnici a časovou závislost kolmých průmětů do svislé osy, tedy výchylky hmotného bodu v rámci osy y. Je zde velmi dobře vidět výslednou „sinusoidu“ časově zaznamenaných výchylek kmitavého pohybu.



Obr. 1 Pohyb hmotného bodu po kružnici

Pokud bychom si chtěli prakticky ověřit tento časový záznam výchylek kmitů, tak jednoduchým názorným experimentem je kmitající těleso zavěšené na pružině se zapisovacím zařízením, pod kterým se kolmo ke kmitům pohybuje list papíru. Pokud bude kmitání netlumené a pohyb papíru rovnoměrný, tak záznamem bude sinusoida viz. obr. 2.



Obr. 2 Netlumené kmity- záznam kmitů

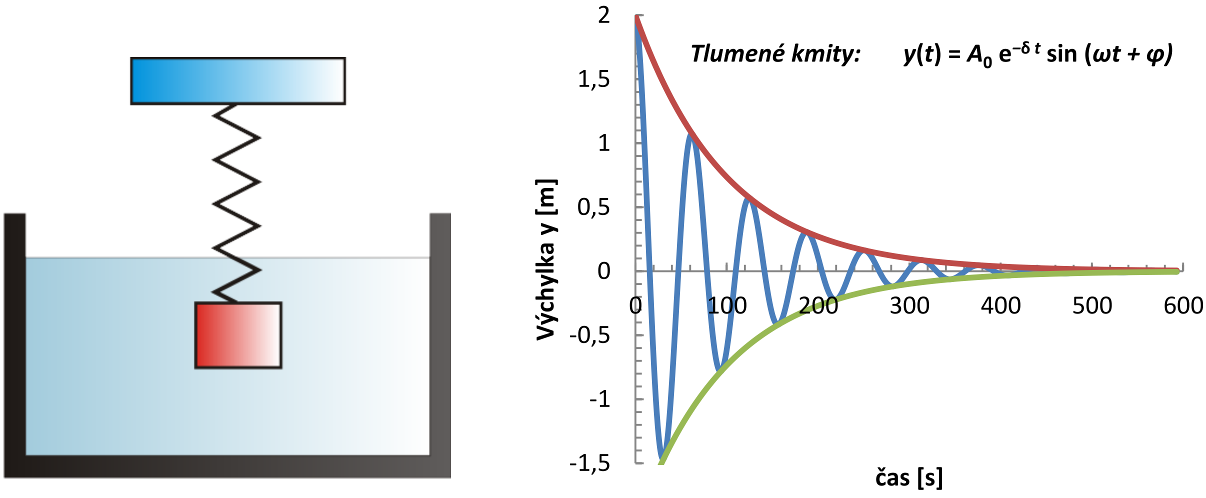
V určitých časech dosahuje kmitání nejvyšší absolutní hodnoty výchylky, tato výchylka se nazývá amplituda výchylky y_m.

Jak určíme rovnici okamžité výchylky kmitavého pohybu?

Pokud tedy necháme obíhat hmotný bod rovnoměrně po kružnici, kdy souřadný systém umístíme do jejího středu, pak jeho polohu v čase bude určovat polohový vektor r s počátečním bodem ve středu kružnice a koncovým v aktuální poloze hmotného bodu na kružnici. Okamžitou výchylku pak určíme jako kolmý průmět tohoto vektoru (průvodiče) do jednotlivých os souřadného systému. Okamžitá výchylka y je pak kolmým průmětem r do svislé osy a okamžitá výchylka x je kolmým průmětem do osy x. Matematicky to můžeme zapsat jako:

$$y = r.\sin(\varphi) \tag{2}$$
$$x = r.\cos(\varphi) \tag{3}$$

Přičemž úhel φ se nazývá fáze kmitavého pohybu a jeho jednotkou je radián, [φ] =rad. Tento úhel udává v jakémkoliv okamžiku výchylku hmotného bodu.



Obr. 3 Tlumené kmity

Pokud uvažujeme, že je pohyb hmotného bodu po kružnici rovnoměrný, tak výsledný úhel φ je dán součinem úhlové rychlosti ω, tedy veličiny popisující velikost uraženého úhlu za jednotku času, a doby t, kterou se hmotný bod pohybuje, tedy:

$$\varphi = (\omega . t) \tag{4}$$

Přičemž platí, že

$$\omega = \frac{2.\pi}{T} = 2.\pi.f \tag{5}$$

Poté můžeme zapsat rovnice (2) a (3)

$$y = r.\sin(\omega.t) \tag{6}$$
$$x = r.\cos(\omega.t) \tag{7}$$

Pro náš popis mechanického kmitavého pohybu, jako je třeba těleso zavěšené na pružině využijeme rovnici popisující výchylku v rámci osy y. Pokud průvodič *r* bude v daném okamžiku rovnoběžný s osou y (bude v ní ležet), pak jeho velikost bude udávat maximální možnou velikost výchylky *y*, označovanou jako y_m a nazývající se amplituda kmitavého pohybu ($r = y_m$). Pak lze tedy zapsat:

$$y = y_m.\sin(\omega.t) \tag{8}$$

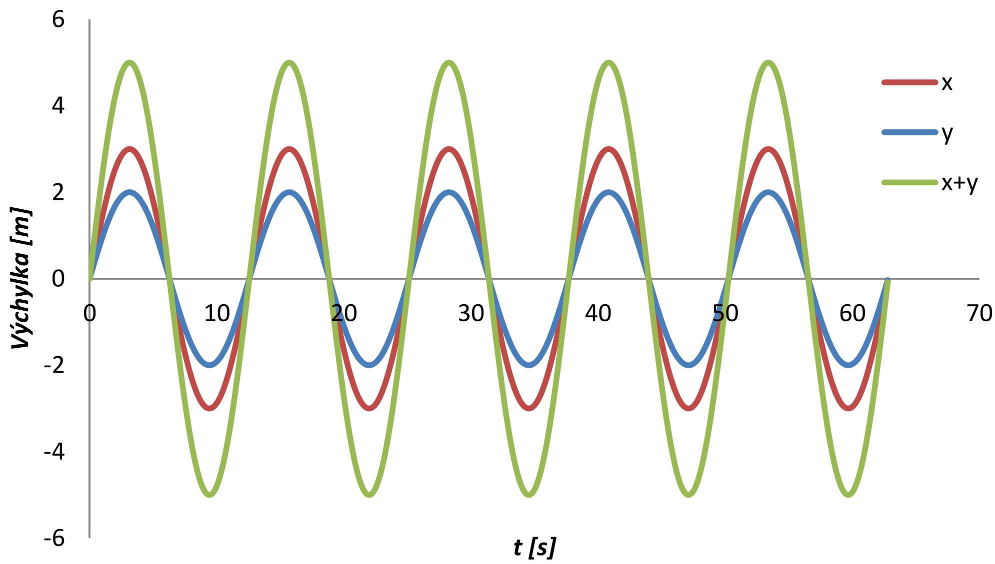
Pokud ovšem harmonický kmitavý pohyb nezačíná v rovnovážné poloze, tedy v čase t = 0 je již hmotný bod posunut o úhel φ_0 (kdy φ_0 se nazývá počáteční fází kmitavého pohybu), pak matematický zápis pro okamžitou výchylku kmitavého pohybu s počáteční fází bude:

$$y = A.\sin(\omega.t + \varphi_0) \tag{9}$$

Probíhá-li současně několik lineárních kmitavých dějů (lze je popsat lineární diferenciální rovnicí nebo jejich soustavou), tak výsledného kmitání dosáhneme s využitím vektorového součtu jednotlivých kmitavých dějů. Toto je zcela v souladu s principem superpozice, využívaným v mechanice, který formuloval Isaac Newton pro princip nezávislého skládání sil.

„Jestliže na těleso působí současně více sil, rovnají se silové účinky působení jediné síly, tzv. výslednice, která je rovna vektorovému součtu těchto sil."

Jelikož se v našich laboratořích budeme věnovat harmonickému kmitání, což je případ lineárního kmitání, tak budeme tohoto principu využívat. Výhodou také bude to, že kmitání budou ležet v jedné rovině a tedy výsledného součtu dosáhneme pomocí vektorového součtu jednotlivých výchylek v daném okamžiku a výsledek bude opět ležet ve stejné rovině. V případě rovnoběžných kmitů se daná situace ještě zjednoduší a výsledného kmitání dosáhneme pouhým algebraickým součtem výchylek obou kmitání (v případě použití dvou generátorů kmitů a dvoukanálového osciloskopu) viz obr 4.



Obr. 4 Superpozice kmitů – harmonické kmity, shodná perioda kmitů, fázový posuv 0°

Pro určení fázového posuvu Δφ (viz obr. 7 v příloze) po změření potřebných veličin využijeme rovnice:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T} * 2\pi = \Delta t * 2\pi * f \tag{10}$$

kde: T – perioda kmitání [s], f – frekvence kmitání [s^{-1}], Δt – časový posuv kmitání [s].

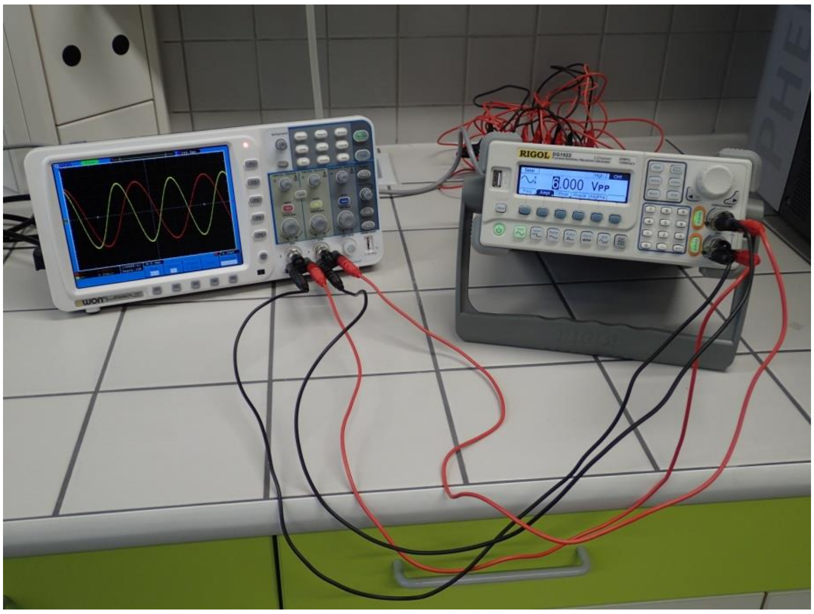
Pracovní postup:

1. Seznamte se s ovládáním obou generátorů kmitů. Vypnutí/zapnutí přístroje, nastavení požadované frekvence, amplitudy kmitání, typu kmitu (pilový, obdélníkový, sinusový), atd.
2. Připojení generátoru kmitů k osciloskopu na kanál 1 pomocí propojovacího vodiče s BNC koncovkami.
3. Seznámení se s osciloskopem, zobrazení kmitů, měření základních charakteristik.
4. Připojení druhého generátoru k osciloskopu ke vstupu označeného číslem 2.
5. Přepnutí osciloskopu do módu pro měření skládání kmitů v podélném směru.
6. Měření skládání kmitů v podélném směru pro shodnou frekvenci obou generátorů kmitů a pro fázový posuv 0°. Uložení naměřených dat.
7. Měření skládání kmitů v podélném směru pro shodnou frekvenci obou generátorů kmitů a pro fázový posuv 90°. Uložení naměřených dat.
8. Měření skládání kmitů v podélném směru pro shodnou frekvenci obou generátorů kmitů a pro fázový posuv 180°. Uložení naměřených dat.
9. Měření skládání kmitů v podélném směru pro shodnou frekvenci obou generátorů kmitů a pro náhodně zvolený fázový posuv. Určení časového posuvu signálů z generátorů. Výpočet fázového posuvu. Uložení naměřených dat.
10. Měření skládání kmitů v podélném směru pro rozdílnou frekvenci obou generátorů kmitů a pro fázový posuv 0°. Uložení naměřených dat.
11. Měření skládání kmitů v podélném směru pro blízké frekvence obou generátorů kmitů. Zobrazení záznějí (rázů). Uložení naměřených dat.
12. Pokuste se využít záznějí pro určení neznámé frekvence jednoho generátoru.
13. Přepnutí osciloskopu do módu pro skládání kolmých kmitů – generátor připojený ke kanálu 1 bude nastaven pro osu x a generátor připojený ke kanálu 2 bude připojen na osu y.
14. Nastavte frekvence obou generátorů v poměru 1:1 a fázový posuv 0°. Amplitudy volte tak, aby výsledek skládání kolmých kmitů byl celý zobrazen na displeji osciloskopu. Uložte výsledky.
15. Změňte fázový posuv mezi oběma signály postupně na 45, 90, 135 a 180°. Vždy si uložte získaná data.
16. Následně skládejte kolmé kmity pro jednoduché poměry frekvencí generátorů – 1:2, 1:3, 1:4, 2:3, 3:2 atd. přičemž využijete fázové posuvy jako v bodech 11 a 12. Výsledky si průběžně ukládejte.
17. Po skončení měření vypněte osciloskop a generátory kmitů a uveďte pracoviště do původního stavu.

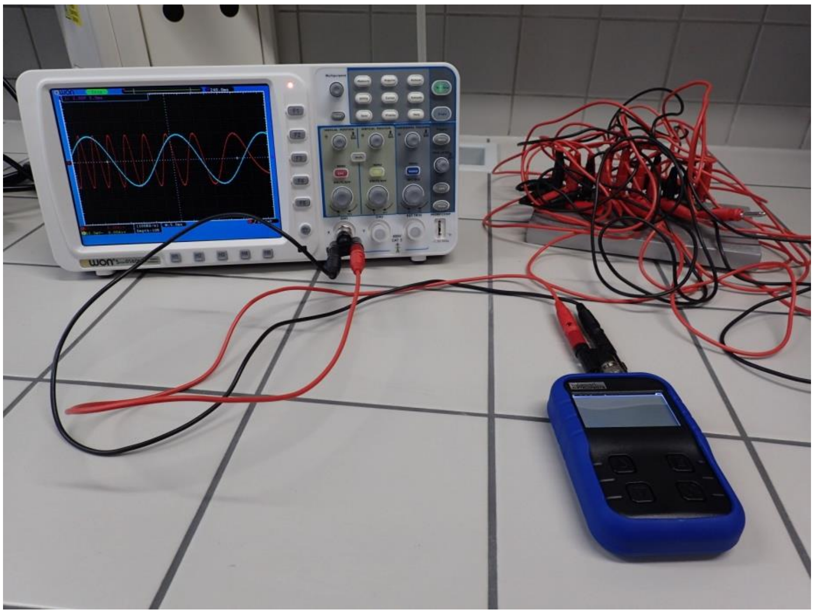
Použitá literatura:

[1] Halliday D., Resnick R., Walker J.: Fyzika, VUT v Brně, Nakladatelství VUTIUM, (2000).

Příloha: Měřící aparatura:

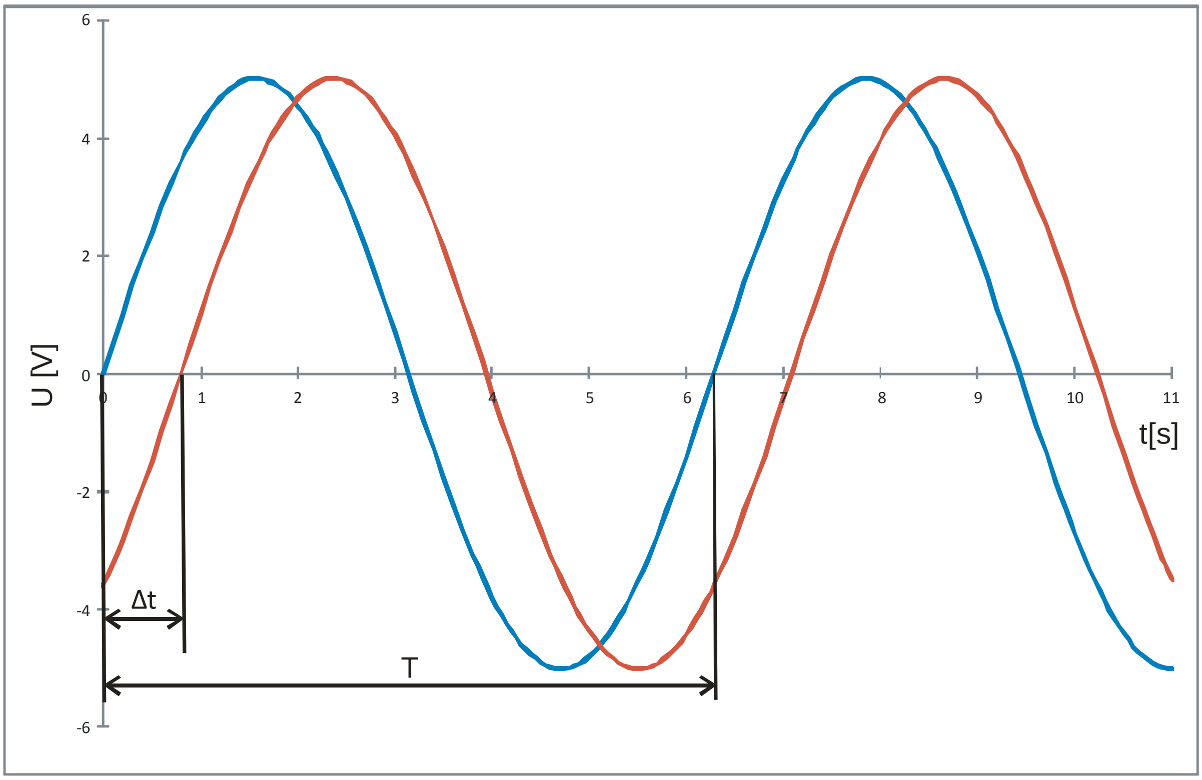


Obr. 5 Měřící aparatura I – využití dvoukanálového generátoru DG1022



Obr. 6 Měřící aparatura II – využití generátoru funkcí Velleman HPG1

Fázový posuv:



Obr. 7 Určení fázového posuvu