

## Laboratorní úloha č. 4 - Kmity II

### Úkoly měření:

1. Seznámení s měřením na přenosném dataloggeru LabQuest 2 – základní specifikace přístroje, způsob zapojení přístroje, záznam dat a práce se senzory, vyhodnocování experimentů pomocí vnitřního software dataloggeru.
2. Určení tuhosti pružiny  $k$  statickou a dynamickou metodou.
3. Určení součinitele útlumu  $b$ .

### Použité pomůcky a přístroje:

Přenosný datalogger LabQuest 2, univerzální dvourozsahový siloměr pro měření síly *DFS-BTA*, sada pružin o rozdílné tuhosti, sada závaží, váhy pro určení hmotnosti použité zátěže, délkové měřidlo.

### Teorie:

Kmitání bylo podrobně popsáno v úvodu laboratorní úlohy Kmity I, tak pro zopakování souhrn nejdůležitějších pojmů.

Kmitání (též oscilace) je změna nějaké veličiny (typicky v čase) vykazující opakování nebo tendenci k němu.

Nejnámějším typem je mechanické kmitání (oscilace, vibrace), kdy dochází k mechanickému pohybu tělesa, soustavy hmotných bodů nebo jen jednoho hmotného bodu po úsečce nebo kruhovém oblouku kolem rovnovážné polohy. Toto těleso (hmotný bod) se od rovnovážné polohy vzdaluje vždy do určité konečné vzdálenosti. Rovnovážnou polohou nazýváme polohu o minimální potenciální energii. V případě rozkmitání oscilátoru je jeho poloha v daném čase označována pojmem okamžitá výchylka.

Pokud pohyb vykazuje opakující se průběh vždy po stejném časovém intervalu  $T$ , pak se tento pohyb nazývá periodický, přičemž veličinu  $T$  nazýváme periodou kmitavého pohybu. Ostatní pohyby se označují jako aperiodické (neperiodické), příkladem jsou třeba lineární obvody druhého řádu v elektrotechnice.

Nejjednodušším pohybem je harmonický pohyb, kdy je možné popsat okamžitou výchylku pomocí goniometrické funkce sinus nebo kosinus.

Pokud při kmitání dosahuje oscilátor v čase stále stejné maximální vzdálenosti od rovnovážné polohy, pak tento pohyb nazýváme netlumeným a výsledkem jsou netlumené kmity. Pokud se maximální výchylka s časem snižuje, tak se jedná o tlumené kmitání.

Základní veličinou charakterizující harmonický mechanický pohyb je perioda  $T$ , určující časový okamžik, po kterém se pohyb opakuje. Jelikož se jedná o časový okamžik, je její jednotkou v SI soustavě sekunda  $[T] = s$ .

Počet opakování děje za jednotku času udává frekvence (kmitočet)  $f$ . Jednotkou frekvence je v SI soustavě  $s^{-1}$ , ale všeobecně zavedenou používanou jednotkou je hertz,  $[f] = s^{-1} = \text{Hz}$  (hertz).

### Tuhost pružiny:

Uvažujme těleso zavěšené na pružině jako jednoduchý idealizovaný model pro harmonické netlumené kmitání. Nyní vyvoláme protažením pružiny počáteční výchylku  $y_0$  od rovnovážné polohy oscilátoru. Po uvolnění tělesa má snahu pružina dostat těleso zpět do rovnovážné polohy. Velikost síly  $F$  na pružině, díky níž dochází k harmonickému kmitání, je přímo úměrná protažení pružiny  $y$  a směřuje směrem k rovnovážné poloze.

$$F = -ky \quad (1)$$

Britský fyzik Robert Hooke formuloval roku 1676 zákon, kdy při pružné deformaci je normálové napětí  $\sigma$  přímo úměrné relativnímu prodloužení  $\varepsilon$ . Vztah (1) je analogií k tomuto zákonu, kdy koeficientem úměrnosti mezi zatěžující silou a protažením pružiny je tuhost pružiny  $k$ . Jednoduchou úpravou se ze vztahu (1) dostáváme ke vzorci (2) využitelnému pro statické určení tuhosti pružiny:

$$k = \frac{F}{\Delta y} \quad (2)$$

Výsledné harmonické kmitání oscilátoru je charakterizováno úhlovou frekvencí  $\omega$  a její velikost určíme dle vztahu:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3)$$

Při znalosti vztahu mezi úhlovou frekvencí  $\omega$  a periodou kmitů  $T$  lze tento vztah upravit na:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4)$$

Kdy:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot \frac{1}{T} \quad (5)$$

Po úpravě vztahu (4) tedy dostáváme výsledný vztah pro určení tuhosti pružiny  $k$  dynamickou metodou:

$$k = \frac{4\pi^2 \cdot m}{T^2} \quad (6)$$

V reálném světě se bude vždy jednat o kmitání tlumené, jelikož vždy existují třecí a odporové síly, které oscilátor po určitém čase utlumí. I kdybychom odstranily tyto síly, tak bude docházet dle druhého termodynamického zákona k přeměně mechanické energie na tepelnou. V případě pružinového oscilátoru jde například o vyvinuté teplo vznikající při deformaci pružiny.

Z toho lze jednoduše vyvodit, že maximální výchylky oscilátoru nebudou konstantní o velikosti  $y_0$ , ale budou se s časem zmenšovat, až dojde k úplnému utlumení a oscilátor zůstane v rovnovážné poloze.

Je tedy nutné vztah (7) pro výchylku netlumeného oscilátoru:

$$y = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0), \quad (7)$$

zavedením členu  $e^{-bt}$  upravit na výsledný vztah (8):

$$y = y_0 \cdot e^{-bt} \sin(\omega \cdot t + \varphi_0). \quad (8)$$

Koeficient  $b$  se nazývá součinitel útlumu, jednotkou je  $[b] = \text{s}^{-1}$ .

## Pracovní postup:

1. Seznamte se s ovládáním dataloggeru LabQuest 2. Vypnutí/zapnutí přístroje, nastavení požadovaného měření, způsob zapojení přístroje, záznam dat a práce se senzory, vyhodnocování experimentů pomocí vnitřního software dataloggeru.
2. Připojení dataloggeru k siloměru, zavěšení pružiny na siloměr.
3. Zapnutí přístroje, kalibrace, nastavení grafického záznamu měření.

### Stanovte tuhost pružiny statickou metodou:

4. Pro několik hodnot zatížení pružiny určete: prodloužení pružiny  $\Delta y$  (využijte přiložený metr) a současně velikost zatěžující síly  $F$  jednak použitím dataloggeru LabQuest 2 a také výpočtem, kdy využijeme hmotnost závaží zjištěnou na digitální váze.
5. Pro všechna zatížení vypočítejte tuhost pružiny  $k$  s použitím vzorce (2) a to jak pro data měření zatěžující síly  $F$  pomocí dataloggeru, tak pro data získaná s použitím digitálních vah.
6. Určete aritmetický průměr tuhosti pružiny a následně chybu měření tuhosti pružiny neboli její střední kvadratickou chybu aritmetického průměru.
7. Srovnejte výsledky získané pomocí dataloggeru a pomocí digitálních vah.
8. Vytvořte XY graf závislosti zatížení pružiny  $F$  a jejího prodloužení  $\Delta y$ . S využitím vztahu (2) a koeficientu získaného z proložení body pomocí lineární regrese určete hodnoty tuhosti pružiny  $k$  a její nejistotu.

### Stanovte tuhost pružiny dynamickou metodou:

9. K pružině zavěšené na siloměru připojte závaží se známou hmotností z předchozího měření.
10. Vynulujte data na dataloggeru, proveďte kalibraci grafického záznamu závislosti síly na čase, nastavte vhodný časový záznam měření tak, abyste získali časový záznam alespoň 50ti kmitů.
11. Rozkmitujte oscilátor neboli soustavu pružina-závaží a spusťte záznam měření na dataloggeru LabQuest 2.
12. Po ukončení měření si naměřená data uložte a následně určete čas potřebný pro 50 kmitů oscilátoru  $t_{50}$ . Určete periodu kmitů  $T$  a frekvenci kmitů  $f$ .
13. Měření 50 kmitů  $t_{50}$  neboli body 10 a 11 proveďte opakovaně (5x).
14. Z výsledných period  $T$  a frekvencí  $f$  určete jejich průměrné hodnoty a chyby měření.
15. S využitím vzorce (6) určete tuhost pružiny  $k$  a její nejistotu.
16. Srovnejte tuhosti pružiny získané statickou a dynamickou metodou. Diskutujte získaná data a vyslovte závěry.

### Stanovte koeficient útlumu $b$ :

17. K pružině zavěšené na siloměru připojte závaží s tlumícím prvkem.
18. Vynulujte data na dataloggeru, proveďte kalibraci grafického záznamu závislosti síly na čase, nastavte vhodný časový záznam měření tak, abyste získali časový záznam alespoň 50ti kmitů.
19. Rozkmitujte oscilátor neboli soustavu pružina-závaží a spusťte záznam měření na dataloggeru LabQuest 2.
20. Po ukončení měření si naměřená data uložte.
21. Pomocí známé tuhosti pružiny  $k$  a vztahu (1) přepočítejte závislost síly  $F$  na čase  $t$  na závislost výchylky  $y$  na čase  $t$ .
22. Z grafu určete velikost výchylky  $y$  (maxima) a příslušný čas  $t$  pro rozmezí 5-50 kmitů s krokem po 5 kmitech.

23. Vytvořte XY graf závislosti těchto výchylek  $y$  na příslušných časech  $t$ .
24. Data aproximujte exponenciální regresí a z koeficientů exponenciální regrese srovnáním se vztahem (8) určete koeficient útlumu  $b$ .
25. Výsledky diskutujte a vyslovte závěry.

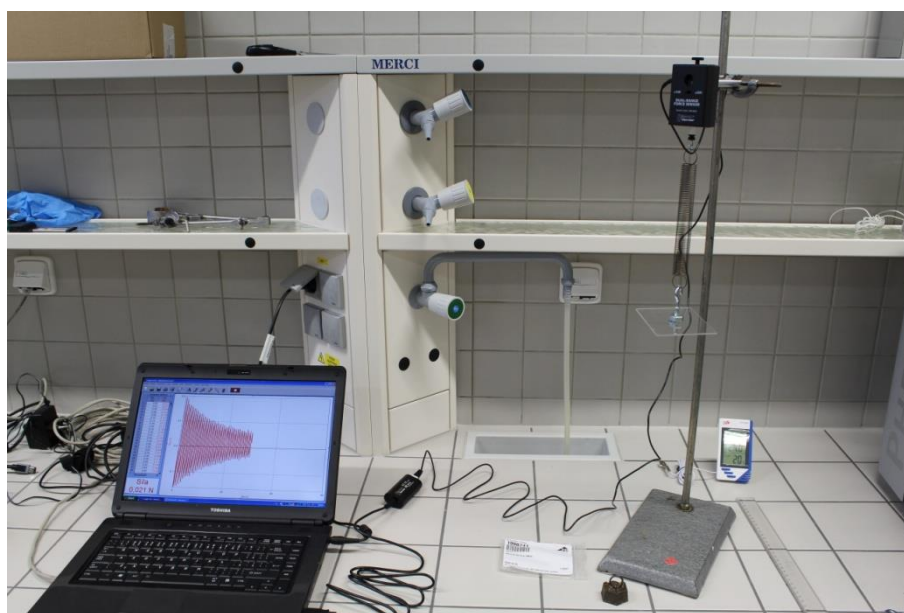
### **Použitá literatura:**

- [1] Halliday D., Resnick R., Walker J.: Fyzika, VUT v Brně, Nakladatelství VUTIUM, (2000).

## Příloha: Použitá měřicí aparatura



*Obr. 1 Měřicí aparatura s využitím dataloggeru LabQuest 2.*



*Obr. 2 Měřicí aparatura s využitím rozhraní Go!link pro připojení senzorů (zde dvourozsahový siloměr DFS-BTA) k počítači přes USB.*