Kinematika

Pohyb objektů (kámen, automobil, střela) je samozřejmou součástí každodenního života. Pojem pohybu byl proto známý už ve starověku. Moderní studium pohybu začalo v 16. století a je spojeno se jmény Galileo Galilei (1564-1642) a Isaac Newton (1642-1727).
Studium pohybu těles a s ním spojené pojmy jako je síla a energie patří do oblasti fyziky zvané **mechanika**. Mechanika se zpravidla dělí na **kinematiku**, popisující - **jak** se tělesa pohybují, a **dynamiku,** odpovídající na otázku - **proč** dochází k pohybu, a zabývající se příčinami pohybu.

Kinematika je část fyziky, která se zabývá popisem pohybů a jejich klasifikací.

Hmotný bod

Popsat pohyb reálného tělesa může být náročné. Například padající míč, který navíc rotuje, se skládá z velkého množství atomů, z nichž každý se může pohybovat po jiné trajektorii a mít v daném okamžiku jinou rychlost. Stojíme pak před problémem, který z atomů (bodů) vybrat pro popis pohybu míče. Proto zavádíme pojem hmotný bod.

Hmotný bod je myšlený objekt, který z hlediska vzájemného působení s jinými hmotnými body má vlastnosti reálného tělesa (zejména jeho hmotnost) a jsou zanedbány jeho rozměry, tvar nebo orientace v prostoru, které při vyšetřování pohybu tělesa nejsou významné.

Poloha bodu

Polohu nějakého objektu vždy vztahujeme k nějakému jinému objektu. Budeme-li například cizinci chtít vysvětlit, kde se většinou nacházíme a kde je Zlín, řekneme, že se nachází 160 km severovýchodně od Vídně. Polohu Zlína jsme tedy definovali dvěma čísly – vzdáleností od počátku (Vídně) a azimutem. Nevíme však, jak jsme ve Zlíně vysoko, můžeme sedět v přízemí, ale také v osmém patře, měli bychom tedy doplnit třetí číslo – nadmořskou výšku. Poloha bodu (Zlína) je tak určena třemi čísly. Podobně bychom mohli polohu Zlína určit třeba zeměpisnou délkou, šířkou a vzdáleností od středu Země (např. 49°13’50.87” s.š., 17°39’24.59” v.d. a 305 m n.m.). Podobných systémů k určování polohy bychom mohli nalézt velké množství, ale polohu objektu v prostoru musíme v každém z nich definovat vždy třemi čísly. Nejčastěji se používá **kartézská soustava souřadnic**. To je taková soustava souřadnic, ve které jsou souřadné osy vzájemně kolmé a protínají se v jednom bodě, který je počátkem této soustavy souřadnic (obr. 1.1). V prostoru má kartézská soustava souřadnic tři osy. Souřadnice objektu je možno získat jako kolmé průměty polohy k jednotlivým osám (na obrázku 1.1 má bod A souřadnice x_A, y_A, z_A). Soustava je pojmenována podle René Descarta (1596-1650). Obvykle pracujeme s **pravotočivou** souřadnou soustavou (díváme-li se ve směru osy x a osa y směřuje vlevo, osa z směřuje v pravotočivé soustavě vzhůru). Soustava na obr. 1.1 je pravotočivá.

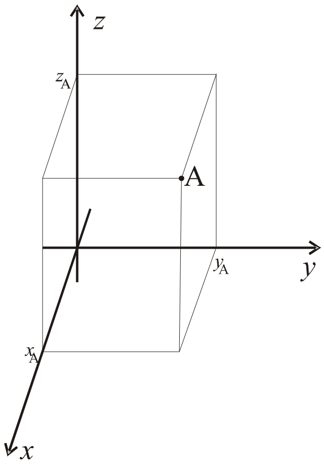
V tomto okamžiku není používání pravotočivé soustavy nezbytné, ale až začneme počítat vektorové součiny, můžeme se s levotočivou soustavou dostat do problémů.

Na otázku, zda se automobil stojící na parkovišti pohybuje, nedokážeme jednoznačně odpovědět. Vzhledem k parkovišti je v klidu, ale uvědomíme-li si, že Země obíhá kolem Slunce, je v pohybu. Proto musí být poloha hmotného bodu i jeho pohyb vždy vztažen k nějaké souřadné soustavě.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

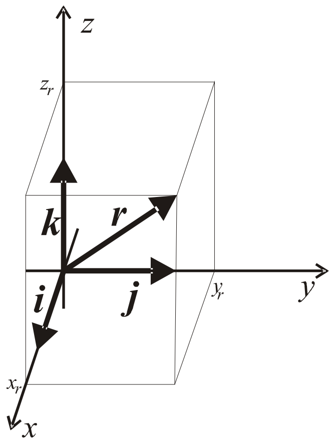
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Obr. 1.1:Kartézská soustava souřadnic

Polohu bodu popisujeme **polohovým vektorem** ***r***, který spojuje počátek soustavy souřadnic s hmotným bodem (obr. 1.2).



Obr. 1.2: Polohový vektor

Polohový vektor je popsán souřadnicemi – kolmými průměty vektoru do jednotlivých os. Jsou-li ***i***, ***j*** a ***k*** jednotkové vektory ve směru os x, y a z, můžeme polohový vektor ***r*** zapsat jako

$$\boldsymbol{r} = x_r\boldsymbol{i}+y_r\boldsymbol{j}+z_r\boldsymbol{k} \tag{1.1}$$

nebo zkráceně

$$\boldsymbol{r} = (x_r, y_r, z_r).$$

Trajektorie je množina všech bodů, jimiž bod během pohybu prochází. Trajektorii můžeme popsat jako závislost polohového vektoru na čase $\boldsymbol{r}(t)$.

Dráha s je délka trajektorie.

Jednotkou dráhy je 1 metr – zkratka m, což je základní jednotka SI.

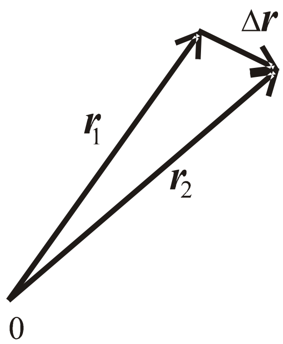
Rychlost

Rychlost říká, jak moc (rychle) se v čase mění poloha tělesa. Rychlost zpravidla měříme tak, že odměříme nějakou vzdálenost mezi dvěma body a měříme dobu, za kterou se hmotný bod přemístí mezi těmito body.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Obr. 1.3: Posunutí

Průměrná nebo **střední rychlost** $\boldsymbol{v}_p$ v nějakém časovém intervalu je podíl posunutí mezi dvěma body $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1$ (obr. 1.3) a časového intervalu Δt, ve kterém k tomuto posunutí došlo.

$$\boldsymbol{v}_p = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$$

Všimněme si, že když se v závodech Formule 1 jede kvalifikace (měří se čas na jedno kolo), je průměrná rychlost všech závodníků nulová (start a cíl je ve stejném místě, posunutí je tedy nulové). V tomto případě je lepší udávat průměrnou velikost rychlosti, která je podílem dráhy s a času t.

$$v_p = \frac{s}{t}$$

Zajímá-li nás rychlost v nějakém okamžiku, tedy **okamžitá rychlost**, zjistíme ji tak, že časový interval Δt zkrátíme až k nule

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}. \tag{1.2}$$

Všimněme si na obrázku 1.3, že vektory $\boldsymbol{r}_2$ a $\boldsymbol{r}_1$, vyznačují trajektorii pohybu a vektor $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1$ má směr pohybu a je tečný k trajektorii. Z definice (1.2) pak plyne, že okamžitá rychlost je vždy tečná k trajektorii ($\boldsymbol{v}$ má podle (1.2) stejný směr jako $\Delta\boldsymbol{r}$).
Jednotkou rychlosti je metr za sekundu - $\mathrm{m.s^{-1}}$. V běžném životě se často potkáme s jednotkou kilometr za hodinu – km/h. $1\mathrm{m.s^{-1}} = 3{,}6$ km/h. Například automobil jedoucí rychlostí 100 km/h má rychlost 27,8 $\mathrm{m.s^{-1}}$.

Jak se derivuje vektor
Vyjdeme ze vztahu (1.1). Víme, že derivace součtu je součet derivací a také, že pro derivaci funkce $f(x)$ vynásobené konstantou k platí

$$\frac{\mathrm{d}(k.f(t))}{\mathrm{d}t} = k.\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}.$$

Vektory $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{k}$ jsou jednotkové vektory, tedy z pohledu derivace konstanty. Pak pro derivaci vektoru $\boldsymbol{r}$ platí

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(x_r\boldsymbol{i} + y_r\boldsymbol{j} + z_r\boldsymbol{k}\right) = \frac{\mathrm{d}x_r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y_r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z_r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}.$$

To znamená, že vektor derivujeme po složkách a například x složku rychlosti získáme jako derivaci x souřadnice polohového vektoru .

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Angličtina rozlišuje pro rychlost tři různá slova. Velocity jako vektor rychlosti, speed jako velikost vektoru rychlosti a rate jako obecnou rychlost. Angličané zase neznají slovo připostrčit :-).

Zrychlení

Stejně jako jsme zavedli pojem rychlosti, když jsme chtěli popsat, jak se mění poloha hmotného bodu v čase, může nás zajímat, jak se v čase mění rychlost. Proto zavádíme pojem **průměrné zrychlení**

$$\boldsymbol{a}_p = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

a analogicky jako u rychlosti i okamžité zrychlení

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\,. \qquad (1.3)$$

V předchozích kapitolách jsme ukázali, jak můžeme popsat pohyb hmotného bodu, známe-li jeho trajektorii (závislost polohového vektoru na čase) pomocí pojmů rychlost a zrychlení.
Jednotkou zrychlení je metr za sekundu na druhou - $\mathrm{m.s^{-2}}$.

Často stojíme před opačnou úlohou: zjistit trajektorii hmotného bodu, když známe jeho zrychlení nebo rychlost.
Ze vztahu (1.2) je jasné, že je-li rychlost derivací polohového vektoru podle času, získáme polohový vektor integrací rychlosti přes čas

$$\boldsymbol{r} = \int \boldsymbol{v}.\mathrm{d}t\,. \qquad (1.4)$$

Analogicky, známe-li zrychlení, které je definováno jako derivace rychlosti podle času, získáme rychlost jako integrál zrychlení přes čas

$$\boldsymbol{v} = \int \boldsymbol{a}.\mathrm{d}t\,. \qquad (1.5)$$

Jak v případě (1.4), tak i (1.5) integrujeme od počátečního času t_0 až do času t, ve kterém nás rychlost zajímá. Vztahy (1.4) a (1.5) jsou zcela obecné a platí pro libovolný pohyb. V dalších dvou kapitolách se budeme zabývat speciálními případy, kdy bude možné integrací těchto vztahů získat jednodušší vzorce.

Jak se integruje vektor
Vyjdeme ze vztahu (1.1). Víme, že integrál součtu je součet integrálů. A také víme, že pro integrál funkce $f(x)$ vynásobené konstantou k platí

$$\int k.f(t)\,\mathrm{d}t = k\int f(t)\,\mathrm{d}t\,.$$

Vektory $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{k}$ jsou jednotkové vektory, tedy z pohledu integrace jsou to konstanty. Vektor integrujeme po složkách a x souřadnice rychlosti je integrálem x souřadnice vektoru zrychlení.

Rovnoměrný přímočarý pohyb

Rovnoměrným pohybem nazýváme takový pohyb, při kterém je velikost rychlosti konstantní (v = *konst.*). **Rovnoměrný přímočarý pohyb** je navíc pohyb po přímce, to znamená, že rychlost je konstantní vektor ($\boldsymbol{v}$ =***konst.***).
Slovo rovnoměrný říká, že se nemění velikost rychlosti, slovo přímočarý mluví o tvaru dráhy. Můžeme se setkat i s rovnoměrným křivočarým pohybem (např. rovnoměrný pohyb po kružnici), kdy se velikost rychlosti nemění, ale směr rychlosti se mění, nebo naopak s nerovnoměrným přímočarým pohybem, kdy se hmotný bod pohybuje po přímce s proměnlivou rychlostí.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Protože derivace konstanty je nula, ze vztahu (1.3) je zřejmé, že zrychlení rovnoměrného přímočarého pohybu je nulové. Trajektorií rovnoměrného přímočarého pohybu je přímka. Vyjdeme-li ze vztahu (1.4) a uvědomíme-li si, jak se integruje konstanta, dostaneme

$$\boldsymbol{r} = \int \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}t = \boldsymbol{v}t + \boldsymbol{r}_0\,, \tag{1.6}$$

kde $\boldsymbol{r}_0$ je integrační konstanta, která má význam polohového vektoru v čase t_0. Protože se jedná o pohyb po přímce jedním směrem, můžeme vztah (1.6) za předpokladu, že dráha v čase t_0 byla nulová, dále zjednodušit na $s = vt$, kde s je dráha pohybu, v je velikost rychlosti a t je doba pohybu. Všimněte si, že vzorec $s = vt$ a analogicky $v = s/t$ platí pouze ve speciálním případě, kdy jde o rovnoměrný pohyb. Chcete-li tedy tento vzorec použít, musíte si být jisti, že se opravdu jedná o rovnoměrný pohyb.

Rovnoměrně zrychlený pohyb

Při rovnoměrně zrychleném pohybu je zrychlení konstantní vektor ($\boldsymbol{a}$ =***konst.***). Rychlost zrychleného pohybu je dána vztahem (1.5). Víme-li, že zrychlení je konstantní, můžeme provést integraci

$$\boldsymbol{v} = \int \boldsymbol{a}\,\mathrm{d}t = \boldsymbol{a}t + \boldsymbol{v}_0\,, \tag{1.7}$$

kde $\boldsymbol{v}_0$ je integrační konstanta, která má význam polohového vektoru v čase t_0. Nyní můžeme výraz pro rychlost (1.7) dosadit do vztahu (1.4) a integrovat ještě jednou

$$\boldsymbol{r} = \int \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}t = \int (\boldsymbol{a}t + \boldsymbol{v}_0)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2 + \boldsymbol{v}_0 t + \boldsymbol{r}_0\,, \tag{1.8}$$

kde $\boldsymbol{r}_0$ je integrační konstanta, která má význam polohového vektoru v čase t_0. Podobně jako v minulé kapitole je třeba zdůraznit, že vztah $s = ½at^2$ platí jen ve speciálním případě, kdy zrychlení a je konstantní a nemění směr, počáteční rychlost i počáteční dráha jsou nulové.

Princip nezávislosti pohybů

Z toho, co jsme odvodili pro pravidla, podle kterých se integrují a derivují vektory, je zřejmé, že pohyby ve směru různých souřadnicových os jsou navzájem nezávislé. To znamená, že například x složka trajektorie pohybu závisí pouze na x složkách vektorů rychlosti a zrychlení a není nijak ovlivněna y a z složkou polohy, rychlosti a zrychlení. Je-li dána časová závislost x souřadnice tělesa jako x=2t^3, je x složka rychlosti v_x=6t^2 a x složka zrychlení a_x=12t bez ohledu na to, jak na čase závisí ostatní souřadnice tělesa.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE · esf · MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY · OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ