Dynamika II

Práce síly

Působí-li nějaká síla na těleso, rozpohybuje ho. Těleso je potom schopno například při srážce rozpohybovat jiné těleso, předat mu část své rychlost. Působící síla tělesu „něco“ dodá. To něco, co si mohou tělesa předávat mezi sebou, nazveme energie a dodáváme-li nějakou energii, říkáme, že konáme práci.
Slovo práce se v běžné řeči často používá. Zaměříme-li se na fyzickou práci, intuitivně bychom odhadli, že vykonáme tím větší práci, čím větší silou působíme a čím delší dobu toto působení trvá. Práci intuitivně cítíme jako součin síly a času, ale pro tento součin jsme ve (3.6) zavedli pojem impuls. Na druhé straně, budu-li držet na ramenou těžké těleso po dlouhou dobu, sice mne to vyčerpá, ale stav tělesa se nijak nezmění.

Práce ve fyzikálním smyslu je působení síly na těleso, při kterém dochází k posouvání tohoto tělesa. Velikost práce lze vypočítat jako součin složky síly ve směru pohybu a dráhy, po které se těleso posunulo.

Práci budeme značit písmenem W (z anglického work), někdy se práce značí A (z německého Arbeit).
Práci můžeme napsat

$$W = (F.\cos\alpha).s, \tag{4.1}$$

kde α je úhel, který svírá vektor síly a posunutí, a $F.\cos\alpha$ je pak složka síly ve směru dráhy (posunutí). Ovšem zápis $F.s.\ \cos\alpha$ je skalární součin vektorů $\boldsymbol{F}.\boldsymbol{s}$. Vztah (4.1) bychom pak mohli přepsat jako $W=\boldsymbol{F}\boldsymbol{s}$. To stále ale není obecný vztah. Co dělat v případě, když se mění velikost síly nebo úhel, který svírá síla a trajektorie? Nabízí se rozdělit trajektorie na malé kousky d$\boldsymbol{s}$ a všechny příspěvky k práci $\boldsymbol{F}$d$\boldsymbol{s}$ sečíst (tedy vlastně integrovat). Můžeme pak napsat obecný vztah pro práci

$$W = \int \boldsymbol{F}\mathrm{d}\boldsymbol{s}. \tag{4.2}$$

Jednotkou práce je **joule** – značí se J. 1 J = 1 kg.m^2.s^{-2}.
Starší jednotkou energie je **kalorie** (značka cal), která je definovaná jako množství energie, potřebné ke zvýšení teploty 1 gramu vody ze 14,5 °C na 15,5 °C. 1 cal ≈ 4,185 J.
Zejména při měření elektrické energie se používá jednotka **watthodina** (značka Wh) a její tisícinásobek **kilowatthodina** (značka kWh). Práci jedna kilowatthodina vykoná stroj pracující jednu hodinu s výkonem 1000 W. 1 kWh = 3 600 000 J = 3,6 MJ. Připomeňme, že i když později ukážeme, že ve wattech se měří výkon, watthodina je jednotkou energie.

Kinetická energie

Pokud působíme na těleso silou po nějaké dráze – konáme práci, dojde k urychlení tělesa. Těleso, které má rychlost, je schopno působit silou po nějaké dráze - konat práci, a je schopno práci, kterou jsme „uložili“ do jeho rychlosti, zase vrátit. Této „uložené“ práci říkáme energie.

Energie je schopnost konat práci.

Zjistěme, jakou práci je třeba k urychlení tělesa na rychlost v. Předpokládejme, že konstantní síla $\boldsymbol{F}$, působí na těleso o hmotnosti m, které bylo na začátku v klidu, po přímé dráze $\boldsymbol{s}$. Vektory $\boldsymbol{F}$ a $\boldsymbol{s}$ jsou rovnoběžné. Vztah (4.2) se zjednoduší na

$$W = Fs. \tag{4.3}$$

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Jakou rychlost bude mít těleso, na které působí síla F po dráze s? Pohyb tělesa je rovnoměrně zrychlený, podle (1.8) doba, za kterou těleso při zrychlení a urazí dráhu s je

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \,. \tag{4.4}$$

Rychlost tělesa na konci dráhy je

$$v = at = \sqrt{2as} \,.$$

Nyní můžeme za zrychlení z (3.1) dosadit $a=F/m$, a pak ze (4.3) součin Fs nahradit W

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{\frac{2Fs}{m}} = \sqrt{\frac{2W}{m}} \,. \tag{4.5}$$

Zjistili jsme, jakou rychlost bude mít těleso, dodáme-li mu energii W. Přepíšeme vzorec (4.5) tak, aby vyjadřoval energii tělesa, které má rychlost v

$$W_k = \frac{1}{2} m v^2 \,. \tag{4.6}$$

Pokud chceme těleso urychlit na rychlost v, musíme mu dodat energii W_k podle vztahu (4.6). Této energii „schované“ v rychlosti tělesa říkáme **kinetická energie**. Protože energie je jen „převlečená“ práce, měří se tak jako práce v joulech.

Potenciální energie (v gravitačním poli)

Při zvednutí tělesa do výšky h působí zvedající síla F směrem vzhůru a je tedy rovnoběžná s posunutím. Vykoná proto práci (4.2)

$$W = Fh. \tag{4.7}$$

Práce se vykonala, ale rychlost se nezměnila. Ztratila se práce? Někde tam musí být, protože když bude těleso padat, získá rychlost. Znamená to, že existuje nějaká energie spojená s výškou tělesa. Abychom těleso vynesli do výšky h, musíme překonat jeho tíhu a působit silou $F = mg$. Po dosazení této síly do (4.7) dostaneme

$$W_p = mgh. \tag{4.8}$$

Energii spojenou s polohou tělesa nazýváme **potenciální energie**. Je třeba si uvědomit, že vztah (4.8) vychází z předpokladu, že tíhové zrychlení nezávisí na výšce nad povrchem Země. Tento předpoklad není splněn – tíhové zrychlení klesá se čtvercem vzdálenosti od středu Země. Vzorec (4.8) lze použít při malých výškách nad povrchem Země (třeba do 10 km), počítat s jeho pomocí třeba potenciální energii družic nebo Měsíce povede k nesmyslným výsledkům.

Před použitím vztahu (4.8) je třeba explicitně definovat hladinu nulové potenciální energie, od které se měří výška. Údaj „potenciální energie tělesa je 800 J“ neříká vůbec nic, pokud není uvedeno, že hladina nulové energie je na desce stolu, podlaze místnosti, povrchu Země nebo hladině moře. Na rozdíl od kinetické energie, která je vždy nezáporná, může potenciální energie nabývat kladných i záporných hodnot.

Výkon

Už jsme se setkali s několika veličinami, které říkaly, jak rychle se nějaká veličina (poloha, rychlost) mění v čase. Podobně jako je u automobilu zajímavé, za jak dlouho zrychlí z 0 na 100 km/h (jaké má zrychlení), může nás zajímat, za jak dlouho nějaký stroj vykoná práci 1 J (jaký má výkon).

Výkon vyjadřuje množství práce vykonané za jednotku času.

Výkon budeme značit písmenem P.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$P = \frac{dW}{dt}. \qquad (4.9)$$

Jednotkou výkonu je watt – značí se W. 1 W = 1 kg.m^2.s^{-3}.
Starší jednotkou výkonu je **koňská síla,** zkracovaná jako ks nebo k (kůň) hp nebo HP (horse power) nebo PS (Pferdestärke). 1 hp = 735 W (přepočet se může lišit podle toho, jaká se použije libra, jaká stopa a jaké tíhové zrychlení). Jednotku zavedl na konci 18. století James Watt, který začal vyrábět a prodávat jím podstatně vylepšený parní stroj. Watt potřeboval pro své zákazníky nějaké srovnání s výkonem tehdy běžně využívaných zvířat. Ze zkušeností s poníky z jednoho dolu odhadoval, že poník zapřažený v žentouru vyzdvihne 22 000 stopliber (ft·lbf) za minutu. Výkon koně odhadoval o polovinu větší, takže nové jednotce přisoudil hodnotu 33 000 stopliber za minutu. Aby to nějak zákazníkům přiblížil, vymyslel následující definici: Jedna koňská síla je rovna výkonu, který podává soustavně pracující kůň, který zapřažený v žentouru zdvíhá náklad 180 liber (lb) a ujde při tom za hodinu 144 koleček o poloměru 12 stop. (odstavec převzat z http://cs.wikipedia.org/wiki/Koňská_síla)

Příkon je množství energie spotřebované za jednotku času.

Příkon budeme značit písmenem P_0.

Poměr výkonu a příkonu se nazývá **účinnost**.

Účinnost budeme značit η.

$$\eta = \frac{P}{P_0}. \qquad (4.10)$$

Účinnost říká, jak dobře přeměňuje stroj energii na práci. Účinnost je nezáporné číslo menší než jedna.

Konzervativní a nekonzervativní síly

Z hlediska toho, jak závisí práce síly na dráze mezi dvěma body rozlišujeme síly na konzervativní a nekonzervativní.

Práce **konzervativní síly** po libovolné uzavřené křivce je nulová.

Můžeme také říct, že práce konzervativní síly na dráze mezi dvěma body nezávisí na tvaru dráhy, ale pouze na poloze těchto bodů. Příkladem konzervativní síly může být například gravitační síla. Práce vykonaná po libovolné dráze mezi dvěma body závisí pouze na rozdílu výšek mezi těmito body.
Příkladem nekonzervativní síly je například třecí síla. Třecí síla směřuje vždy proti pohybu, proto práce třecí síly při pohybu po vodorovné rovině je úměrná délce dráhy.
Konzervativní síle lze přiřadit potenciální energii, případně potenciál.

Zákon zachování (mechanické) energie

Zákon zachování energie je na pomezí fyziky a filozofie. Někdy se místo „zákon“ říká „princip“ (princip je obecně uznávané pravidlo, které se nedokazuje, ale z kterého lze odvodit další důsledky). Patří ale k nejčastěji používaným fyzikálním zákonům.

Zákon zachování energie:

Při všech dějích v izolované soustavě těles se mění jedna forma energie v jinou, nebo přechází energie z jednoho tělesa na druhé, celková energie soustavy se však nemění.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE · MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY · OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

V mechanice se používá zákon zachování mechanické energie (mechanická energie je kinetická a potenciální), který předpokládá, že se energie nepřeměňuje na další formy, zejména teplo.

Zákon zachování mechanické energie: Celková mechanická energie izolované soustavy těles při mechanickém ději zůstává konstantní.

Velmi často je výpočet s použitím zákona zachování mechanické energie jednodušší a elegantnější než standardní výpočet. Vraťme se k příkladu na vrh šikmý.

Zadání:

Projektil je vystřelen z věže vysoké 40 m pod úhlem 25° směrem vzhůru rychlostí 15 m.s^{-1}. Jakou rychlostí dopadne na vodorovnou rovinu?

Řešení:

Hladinu s nulovou potenciální energií definujme na vodorovné rovině.

Na začátku dráhy má projektil kinetickou energii W_{k1} i potenciální energii W_{p1}. Při dopadu je jeho potenciální energie nulová $W_{p2} = 0$ a má tedy jen kinetickou energii W_{k2}. Přitom celková energie by měla být po celou dobu letu konstantní (odpor vzduchu zanedbáváme).

$$W_{k1} + W_{p1} = W_{k2}$$

tedy

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 .$$

Hmotnost se vykrátí a můžeme napsat

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gh} = \sqrt{15^2 + 2.10.40} = 32{,}0 \text{ m.s}^{-1}.$$

Obdrželi jsme stejný výsledek, ale výpočet byl na tři řádky.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE   MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY   OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ