Úloha č. 3

Rychlost, zrychlení, tíhové zrychlení

Úkoly měření:

1. Sestavte nakloněnou rovinu a změřte její sklon.
2. Změřte závislost polohy tělesa na čase a stanovte jeho rychlost a zrychlení.
3. Určete tíhové zrychlení ve Zlíně pomocí matematického kyvadla.

Použité přístroje a pomůcky:

1. Nakloněná rovina,vozík, provázek a závaží.
2. Kamera, počítač, metr, stopky.

Základní pojmy, teoretický úvod:

Poloha

Polohu bodu popisujeme **polohovým vektorem** $\boldsymbol{r}$, který spojuje počátek soustavy souřadnic s hmotným bodem.

Polohový vektor je popsán souřadnicemi – kolmými průměty vektoru do jednotlivých os. Jsou-li $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ a $\boldsymbol{k}$ jednotkové vektory ve směru os x, y a z, můžeme polohový vektor $\boldsymbol{r}$ zapsat jako

$$\boldsymbol{r} = x_r\boldsymbol{i}+y_r\boldsymbol{j}+z_r\boldsymbol{k} \tag{1}$$

nebo zkráceně

$$\boldsymbol{r} = (x_r,y_r,z_r). \tag{2}$$

Trajektorie je množina všech bodů, jimiž bod během pohybu prochází. Trajektorii můžeme popsat jako závislost polohového vektoru na čase $\boldsymbol{r}(t)$.

Dráha s je délka trajektorie. Jednotkou dráhy je metr, zkratka m, což je základní jednotka SI.

Rychlost

Rychlost říká, jak moc (rychle) se v čase mění poloha tělesa. Rychlost zpravidla měříme tak, že odměříme nějakou vzdálenost mezi dvěma body a měříme dobu, za kterou se hmotný bod přemístí mezi těmito body.

Průměrná nebo **střední rychlost** $\boldsymbol{v}_p$ v nějakém časovém intervalu je podíl posunutí mezi dvěma body $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ a časového intervalu Δt, ve kterém k tomuto posunutí došlo.

$$\boldsymbol{v}_p = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{3}$$

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Všimněme si, že když se v závodech Formule 1 jede kvalifikace (měří se čas na jedno kolo), je průměrná rychlost všech závodníků nulová (start a cíl je ve stejném místě, a posunutí je tedy nulové). V tomto případě je lepší udávat průměrnou velikost rychlosti, která je podílem dráhy Δs a času Δt.

$$v_p = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{4}$$

Zajímá-li nás rychlost v nějakém okamžiku, tedy **okamžitá rychlost**, zjistíme ji tak, že časový interval Δt zkrátíme až k nule:

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\,. \tag{5}$$

Zrychlení

Stejně jako jsme zavedli pojem rychlosti, když jsme chtěli popsat jak se mění poloha hmotného bodu v čase, může nás zajímat, jak se v čase mění rychlost. Proto zavádíme pojem **průměrné zrychlení**

$$\boldsymbol{a}_p = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{6}$$

a analogicky jako u rychlosti i okamžité zrychlení

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\,. \tag{7}$$

Síla

Podle druhého Newtonova zákona (2. NZ) je příčinou zrychlení síla $\boldsymbol{F}$:

$$\boldsymbol{F} = m.\boldsymbol{a}, \tag{8}$$

kde $\boldsymbol{F}$ je síla působící na těleso, m je jeho hmotnost a $\boldsymbol{a}$ je zrychlení tělesa. Jednotkou síly je newton – značí se N. V jednotkách SI je 1 N = 1 kg.m.s^{-2}.

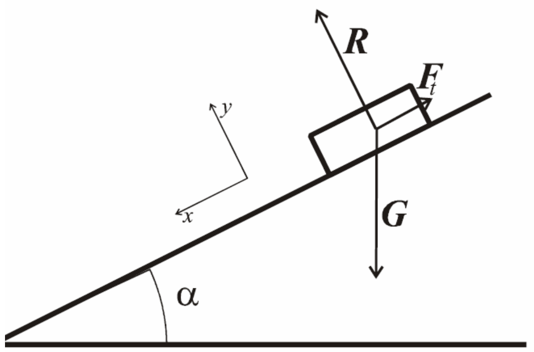
Těleso na nakloněné rovině

Na nakloněné rovině se sklonem α leží těleso o hmotnosti m, (Obr. 1). Soustavu souřadnic si zvolíme tak, že osa x je rovnoběžná s nakloněnou rovinou a směřuje šikmo dolů; osa y je kolmá k nakloněné rovině a směřuje šikmo vzhůru. Abychom dokázali popsat pohyb tělesa po nakloněné rovině, musíme znát jeho zrychlení a tedy podle 2. NZ výslednici všech sil, které na něho působí.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE · MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY · OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost · Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

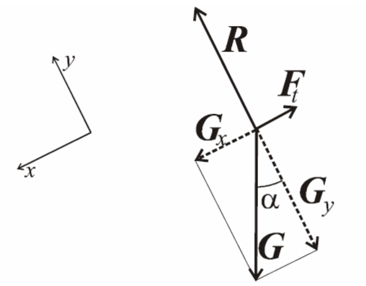
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Obr. 1: Těleso na nakloněné rovině.

Najděme všechny síly působící na těleso:

1. Gravitační síla ***G*** , směřující svisle dolů.
2. Síla ***R***, kterou působí nakloněná rovina na těleso a brání mu v zaboření se do roviny. Síla je kolmá na nakloněnou rovinu.
3. Třecí síla $\boldsymbol{F_t}$. Síla směřuje proti pohybu a těleso klouže po nakloněné rovině; síla tedy musí být rovnoběžná s nakloněnou rovinou. Pokud těleso sjíždí ve směru osy *x*, směřuje třecí síla proti směru *x*. Pokud těleso stojí, působí třecí síla proti složce G_x. Pokud těleso má rychlost proti směru osy *x*, směřuje třecí síla ve směru *x*.



Obr. 2: Rozklad sil na nakloněné rovině

Určeme velikosti těchto sil (síly jsou rozkreslené na Obr. 2):

1. Gravitační síla u povrchu Země má vždy velikost $G = m.g$. Rozepišme si gravitační sílu do složky rovnoběžné s nakloněnou rovinou G_x (která pohybuje tělesem) a kolmou k nakloněné rovině G_y (kterou těleso tlačí na nakloněnou rovinu).

$$G_x = G.\sin\alpha. \tag{9}$$
$$G_y = G.\cos\alpha. \tag{10}$$

2. Síla $\boldsymbol{G_y}$ je síla, kterou tlačí těleso na nakloněnou rovinu (akce) a proto musí podle 3. NZ existovat síla ***R*** stejně velká a opačně orientovaná, kterou nakloněná rovina působí na těleso (reakce).

$$R = G_y. \tag{11}$$

Všimněme si, že musíme psát $R = G_y$ (velikost obou vektorů je stejná), ale $\boldsymbol{R} = -\,\boldsymbol{G_y}$. (vektory mají opačný směr).

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky
EVROPSKÁ UNIE esf MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

3. Třecí síla $\boldsymbol{F}_t$, Síly rovnoběžné s osou y se navzájem vyruší Síly rovnoběžné s osou x jsou $\boldsymbol{G}_x$ a $\boldsymbol{F}_t$. $\boldsymbol{G}_x$ je ve směru osy x, $\boldsymbol{F}_t$ proti směru. Proto

$$F_{vx} = G_x - F_t. \tag{12}$$

Výsledná síla způsobuje zrychlení tělesa.

Gravitace a tíhové zrychlení

Gravitace je přitažlivé silové působení mezi všemi formami hmoty a má nekonečný dosah. Pro malé rychlosti a slabá pole se k popisu tohoto působení používá **Newtonův gravitační zákon**.

Tíhové zrychlení g (m.s^{-2}) je zrychlením padajícího tělesa v gravitačním poli Země v důsledku tíhové síly.

Je nutné rozlišovat mezi gravitačním zrychlení a_g (pro Zemi v klidu) a tíhovým zrychlením g (pro rotující Zemi). Vzhledem k rotaci Země a jejímu tvaru, je jasné, že tíhové zrychlení bude záviset na zeměpisné šířce (rozdílné vzdálenosti od osy rotace) a nadmořské výšce, proto zavádíme pojem normální tíhové zrychlení.

Jako **normální tíhové zrychlení** se definuje pro 45° severní zeměpisné šířky při hladině moře hodnota: g = 9,80665 m.s^{-2}

Fyzické kyvadlo, matematické kyvadlo

Fyzickým kyvadlem může být libovolné těleso kývající se v tíhovém poli kolem osy neprocházející těžištěm tohoto tělesa. Nejkratší doba, po níž se pohyb tělesa z výchozího bodu sledování opakuje, je **doba kmitu** T.

Matematické kyvadlo je zjednodušeným případem fyzického kyvadla v podobě hmotného bodu upevněného na konci nehmotného závěsu délky L, jehož druhý konec se může volně otáčet okolo osy procházející místem závěsu. Pro dobu kmitu platí následující vztah:

$$T_m = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \Rightarrow \quad pro\ \alpha > 5° \quad \Rightarrow \quad T_m = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1+\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right). \tag{13}$$

Ze vztahu (13), pro α < 5°, lze jednoduchou úpravou získat vztah pro výpočet tíhové zrychlení g, z měření doby kmitu pomocí matematického kyvadla, ve tvaru:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T_m^{\ 2}}\ . \tag{14}$$

Postupy měření a pokyny k úloze:

1. Sestavte nakloněnou rovinu. Z délky roviny a jejího převýšení spočítejte její sklon.
2. Nafilmujte sjíždění vozíku po nakloněné rovině.
3. Z filmového záznamu změřte závislost polohy vozíku na čase.
4. Ze změny polohy vypočítejte pro každý časový interval rychlost vozíku.
5. Ze změny rychlosti vypočítejte pro každý časový interval zrychlení vozíku.
6. Nakreslete grafy závislosti polohy, rychlosti a zrychlení na čase.
7. Diskutujte jestli je třecí síla konstantní.

8. Pomocí matematického kyvadla stanovte hodnotu g. Matematického kyvadlem bude tenký provázek délky 80-100 cm. Hmotným bodem bude závažíčko, k němuž se přiváže provázek uchycený druhým koncem k pevném závěsu tak, aby byla přesně definovaná osa otáčení. Následně se přesně změří délka závěsu od místa uchycení (osy otáčení) ke středu závažíčka.
9. Pomocí stopek změřte dobu 50 kmitů zavěšeného závaží, s počáteční výchylkou 5° od rovnovážné polohy. Měření opakujte 10x.
10. Z naměřených hodnot, stanovte průměrné doby jednotlivých kmitů s chybou měření. Vypočítejte hodnotu tíhového zrychlení s chybou měření.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ