<table>
<tr><td colspan="4">Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta technologická
Ústav fyziky a materiálového inženýrství</td></tr>
<tr><td>Jméno a příjmení</td><td>Josef Novák</td><td>Ročník / Skupina</td><td>x</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Předmět</td><td rowspan="2">Laboratorní cvičení z předmětu
Základy fyzika</td><td>Datum měření</td><td>xx. xx. xxxx</td></tr>
<tr><td>Datum odevzdání</td><td>xx. xx. xxxx</td></tr>
<tr><td>Název úlohy</td><td>Matematické kyvadlo</td><td>Hodnocení</td><td></td></tr>
</table>

ÚKOL MĚŘENÍ

a) Ověřit závislost doby kyvu matematického kyvadla na délce závěsu.
b) Určit konstanty úměrnosti vystupující v tomto vztahu a vypočítat hodnotu tíhového zrychlení g.

TEORETICKÁ ČÁST

Matematické kyvadlo je hmotný bod o hmotnosti m zavěšený na nehmotném závěsu délky l. Je-li maximální výchylka kyvadla z rovnovážné polohy malá (menší než 5°), platí pro dobu kmitu T (1 kmit = 2 kyvy) vztah:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,, \tag{1}$$

kde π je Ludolfovo číslo a g je gravitační zrychlení v místě experimentu. Označíme-li

$$k = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\,, \tag{2}$$

lze potom vztah (1) přepsat ve tvaru:

$$T = k\sqrt{l}\,, \tag{3}$$

kde k je konstanta úměrnosti. Po zlogaritmování navíc dostaneme:

$$\ln(T) = \frac{1}{2}\ln(l) + \ln(k)\,. \tag{4}$$

EXPERIMENT

Podmínky měření, použité přístroje a pomůcky

Pro měření bylo použito:

- závaží, tenké vlákno,
- stopky s rozlišením na desetinu sekundy, a
- metr s rozlišením na 0,5 mm.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

Měření bylo prováděno:

- ve Zlíně o zeměpisné poloze 49° 14' 0'' Severně a 17° 40' 0'' Východně.

Naměřená data

Tab. 1: Závislost doby kmitu na délce závěsu, kde *i* – číslo měření, *l* – délka závěsu a T_{100} – doba 100 kmitů.

i	*l* [m]	T_{100} [s]
1	0,1590	80,8
2	0,4360	133,2
3	0,5570	149,6
4	0,7920	178,1
5	1,0580	206,4
6	1,1810	217,2
7	1,3450	232,0
8	1,7200	263,3
9	1,8890	276,6
10	2,0020	283,4

Tab. 2: Výsledky opakovaného experimentu závislosti doby kmitů při dané délce závaží, kde *i* – číslo měření, *l* – délka závěsu a T_{100} – doba 100 kmitů.

i	*l* [m]	T_{100} [s]
1	0,9995	199,6
2	0,9960	199,0
3	0,9955	200,3
4	1,0005	200,3
5	0,9980	200,5
6	1,0000	201,0
7	1,0010	200,5
8	0,9995	200,6
9	1,0005	201,1
10	1,0020	201,5
11	1,0030	201,0
12	1,0005	201,7
13	1,0035	200,2
14	0,9975	199,8
15	0,9980	201,2
16	1,0010	201,0
17	1,0005	199,6
18	0,9960	199,6
19	0,9955	200,4
20	1,0005	200,6

Výsledky a diskuze

V první části výsledků a diskuze bude **zhodnocena závislost doby kmitu na délce závěsu** s využitím matematických vztahů (3) a (4).

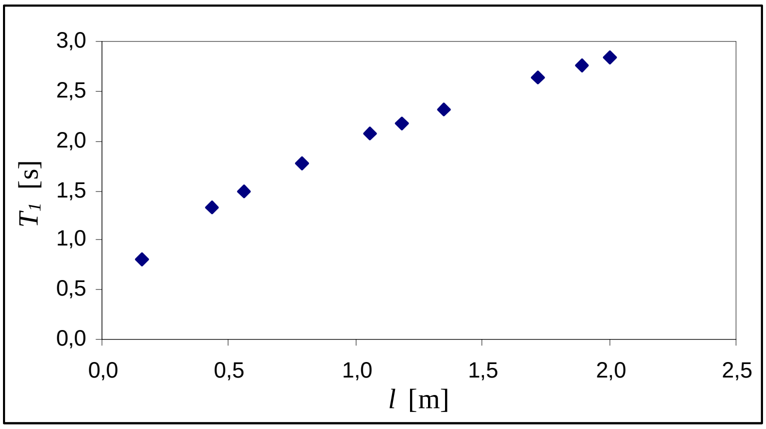
Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE esf MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

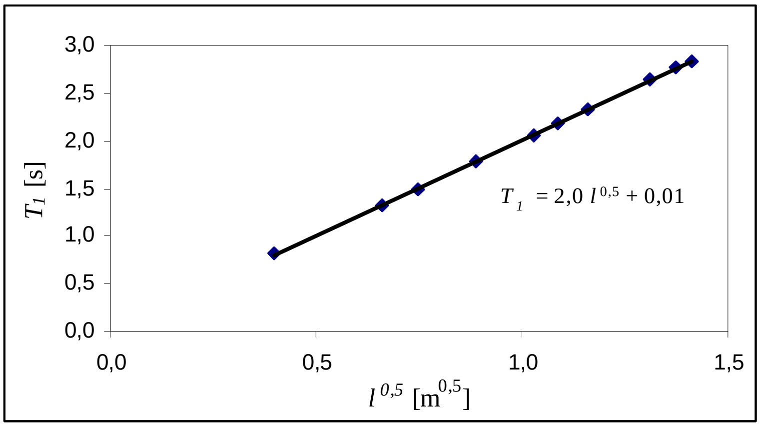
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tab. 3: Vypočtené hodnoty z měření provedených v Tab. 1, kde i – číslo měření, l – délka závěsu, T_{100} – doba 100 kmitů a T_1 – doba 1 kmitů.

i	l [m]	T_{100} [s]	T_1 [s]	$l^{0,5}$ [$m^{0,5}$]	$ln(l)$	$ln(T_1)$
1	0,1590	80,8	0,808	0,3987	-1,839	-0,213
2	0,4360	133,2	1,332	0,6603	-0,830	0,287
3	0,5570	149,6	1,496	0,7463	-0,585	0,403
4	0,7920	178,1	1,781	0,8899	-0,233	0,577
5	1,0580	206,4	2,064	1,0286	0,056	0,725
6	1,1810	217,2	2,172	1,0867	0,166	0,776
7	1,3450	232,0	2,320	1,1597	0,296	0,842
8	1,7200	263,3	2,633	1,3115	0,542	0,968
9	1,8890	276,6	2,766	1,3744	0,636	1,017
10	2,0020	283,4	2,834	1,4149	0,694	1,042

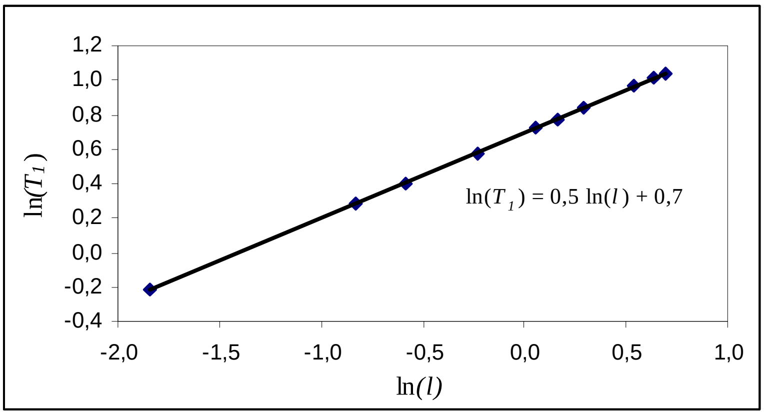


Obr. 1: Závislost doby kmitu na délce závěsu.



Obr. 2: Závislost doby kmitu na odmocnině délky závěsu.

Z obr. 2 plyne, že závislost $T_1 = 2{,}0\, l^{0,5} + 0{,}01$ velmi dobře aproximuje naměřená data. Přímka by měla v tomto případě procházet počátkem a hodnota 0,01, kterou jsme získali je zaviněna chybami měření.



Obr. 3: Závislost logaritmu doby kmitu na logaritmu délky závěsu.

Odlogaritmováním závislosti $\ln(T_1)$=0,5 $\ln(l)$ + 0,7 dostaneme vztah $T_1 = 2{,}01\, l^{0{,}49}$, což koresponduje s výše uvedeným výsledkem v obr. 2.

V druhé části výsledků bude z experimentální měření **stanovena konstanta** k. Z této konstanty bude následně vypočtena hodnota **tíhového zrychlení** g.

Z experimentálních měření uvedených v Tab. 2 plynou následující střední hodnoty a chyby:

l = (0,9994 ± 0,0005) m
T_{100} = (200,48 ± 0,16) s
$T_1 = T_{100}$ / 100 = (2,0048 ± 0,0016) s

Ze vztahu (3) lze vypočítat: $$\bar{k} = \frac{\overline{T_1}}{\sqrt{\bar{l}}} = \frac{2{,}0048}{\sqrt{0{,}9994}} = 2{,}0051\,\mathrm{s.m}^{-0{,}5}$$

Chyby $\bar{k}$ je složená ze dvou dílčích chyb (délky a času):

$$\sigma(k) = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial T_1}\sigma(T_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial l}\sigma(l)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{l}}\sigma(T_1)\right)^2 + \left(\frac{T_1}{2l\sqrt{l}}\sigma(l)\right)^2} \Rightarrow$$

$$\sigma(k) = \sqrt{(0{,}0016)^2 + (0{,}0005)^2} = 0{,}0017\,\mathrm{s.m}^{-0{,}5}$$

Z výše uvedeného plyne, že konstanta úměrnosti k: k = (2,0051 ± 0,0017) s.m$^{-0{,}5}$

Podle vztahu (2) lze následně vypočítat hodnotu tíhového zrychlení g:

$$\bar{g} = \left(\frac{2\pi}{k}\right)^2 = 9{,}819\,\mathrm{m.s}^{-2},$$ a chybu g $$\sigma(g) = \left|\frac{\partial g}{\partial k}\right|\sigma(k) = 9{,}79 \cdot 0{,}0017 = 0{,}017\,\mathrm{m.s}^{-2}$$

g = (9,819 ± 0,017) m.s^{-2}

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE · esf · MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY · OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost · Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ZÁVĚR

Byla změřena závislost doby kmitu matematického kyvadla na délce závěsu, viz. obr. 1. Experimentální závislost byla linearizována vztahem (3), viz. obr. 2. Bylo zjištěno, že závislost $T_1 = 2{,}0\, l^{0{,}5} + 0{,}01$ velmi dobře aproximuje naměřená data. Přímka by měla procházet počátkem a hodnota 0,01 je zaviněna chybami měření. Bylo zjištěno, že závislost doby kyvu je přímo úměrná odmocnině délky závěsu s konstantou úměrnosti $k = 2{,}0$ s.m$^{-0{,}5}$. Experimentální data byly dále aproximovány vztahem (4), viz. obr. 3. Odlogaritmováním závislosti $\ln(T_1)=0{,}5\ \ln(l) + 0{,}7$ dostaneme vztah $T_1 = 2{,}01\, l^{0{,}49}$. Tento výsledek znovu potvrzuje, v rámci chyby měření, závislost doby kmitu na odmocnině délky závěsu s konstantou úměrnosti $k = 2{,}01$ s.m$^{-0{,}5}$.

Dále byla co nejpřesněji zjištěna délka závěsu matematického kyvadla a opakovaně změřena odpovídající doba kmitu. Z naměřených hodnot byla vypočtena konstanta úměrnosti ve vztahu (3) $k = (2{,}0051 \pm 0{,}0017)$ s.m$^{-0{,}5}$.Této hodnotě odpovídá tíhové zrychlení $g = (9{,}819 \pm 0{,}017)$ m.s^{-2}. Tabulková hodnota tíhového zrychlení ve Zlíně je 9,809 a liší se od změřené hodnoty o 60% její směrodatné odchylky, to znamená, že tabulková hodnota byla naším měřením potvrzena.

PŘÍLOHA

(zde bude přiložen naskenovaný záznam z měření laboratorní úlohy s uvedeným datem měření a podpisem vyučujícího)

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE esf MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Další poznámky k zpracování protokolu:

1. **Teoretická část** protokolu by měla obsahovat základní vztahy potřebné při měření, u elektrických úloh i schéma zapojení.
2. **Fyzikální veličiny** je zvykem zapisovat kurzívou. Vektory tučnou kurzívou.
3. **V záhlaví tabulky musí být** uvedena měřená veličina (buď značkou nebo popisem – místo *l* by tam mohlo být i délka závěsu). Jednotky zapisujeme pod nebo vedle veličiny. Jednotky mohou být uvedeny v hranatých nebo kulatých závorkách, popřípadě za lomítkem.
4. Není-li **význam veličin v tabulce** zřejmý z popisů sloupců nebo textu je vhodné přidat k tabulce vysvětlivky.
5. **Graf musí mít popsané osy** včetně jednotek. Grafů může být několik na stránce nebo i jeden graf na stránku. Graf by měl být dostatečně velký a měřítka os by měla být vhodně zvolena, aby byly hodnoty v grafu dobře čitelné.
6. Pokud naměřená **data prokládáme nějakou křivkou**, je užitečné popsat ji buď v grafu nebo v legendě. Použité konstanty by měly mít rozumný počet míst a proměnné v rovnici křivky musí odpovídat popisu os.
7. **Uvedeme-li výsledek měření ve formátu (xxx ± yyy)**, musí xxx být střední hodnota veličiny (zpravidla aritmetický průměr) a yyy směrodatná odchylka průměru (střední kvadratická chyba). Znamenají-li veličiny něco jiného, je třeba to do protokolu výslovně uvést. Střední hodnota by měla být uvedena na takový počet míst, aby poslední jedno nebo dvě z nich byla ještě zasažena chybou.
8. **Směrodatná odchylka** by měla být uvedena na jednu platnou číslici – z malého počtu měření ji stejně přesněji neodhadneme. Jeli směrodatné odchylky menší než 2, je možné uvést směrodatnou odchylku na dvě platné číslice. Pokud bychom třeba (xxx ± 0,05) i (xxx ± 0,14) zapsali jako (xxx ± 0,1), dopustili bychom se takovým zaokrouhlením značného zkreslení výsledku.
9. Protokol není cvičením v přepisování vzorců proto stačí uvést pouze **příklady nejdůležitějších výpočtů**, aby byla vidět cesta k výsledku.
10. Pokud je u některých výsledků **obtížné určit chybu**, určujeme ji na základě přesnosti použitých přístrojů nebo ji odhadneme. Výsledek v tomto případě píšeme na tolik platných číslic, aby poslední zapsaná číslice mohla být ovlivněna chybou.
11. V **závěru** měření je třeba diskutovat získané výsledky a případně je porovnat s teoretickými nebo tabulkovými hodnotami.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ