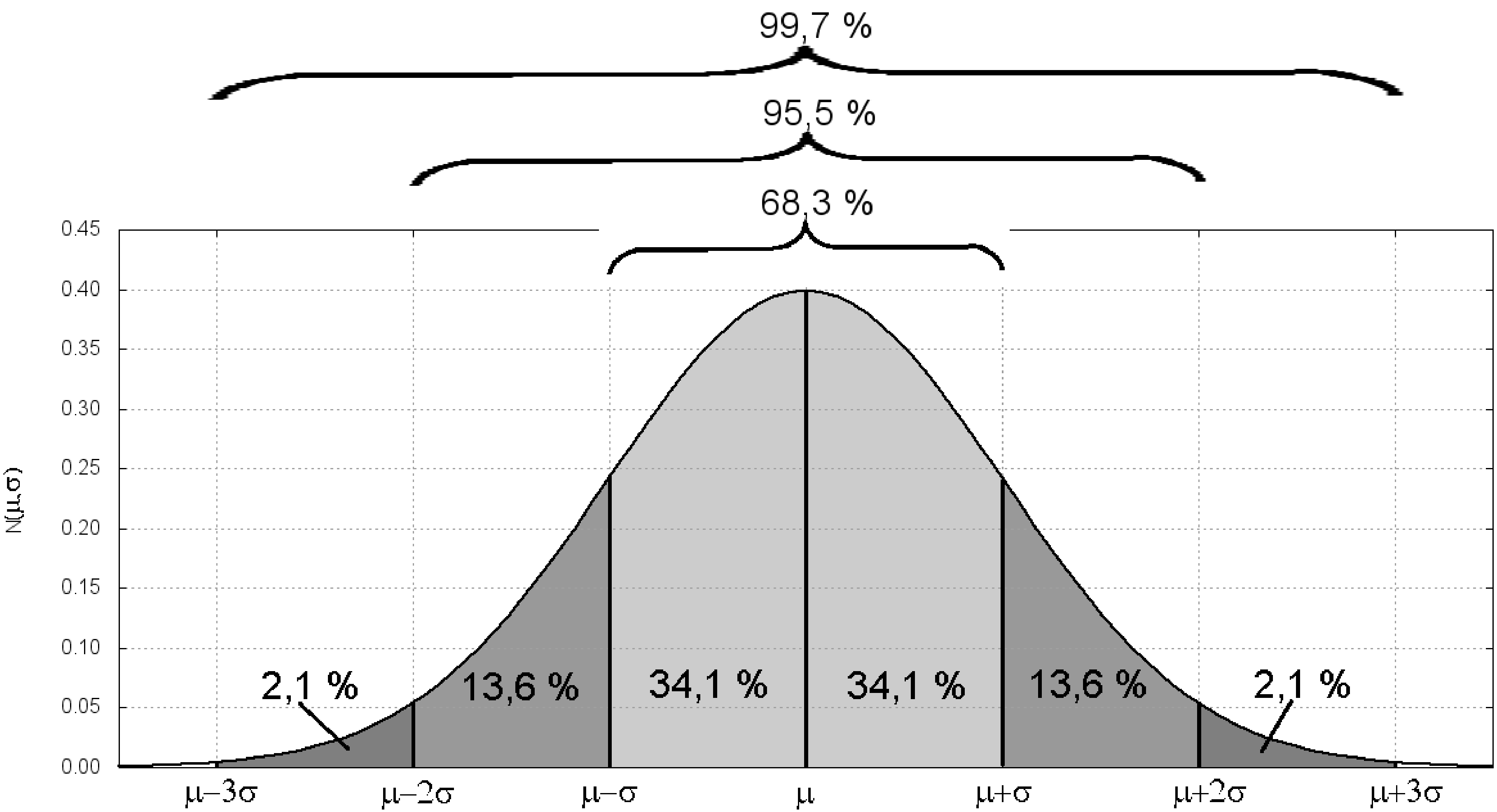
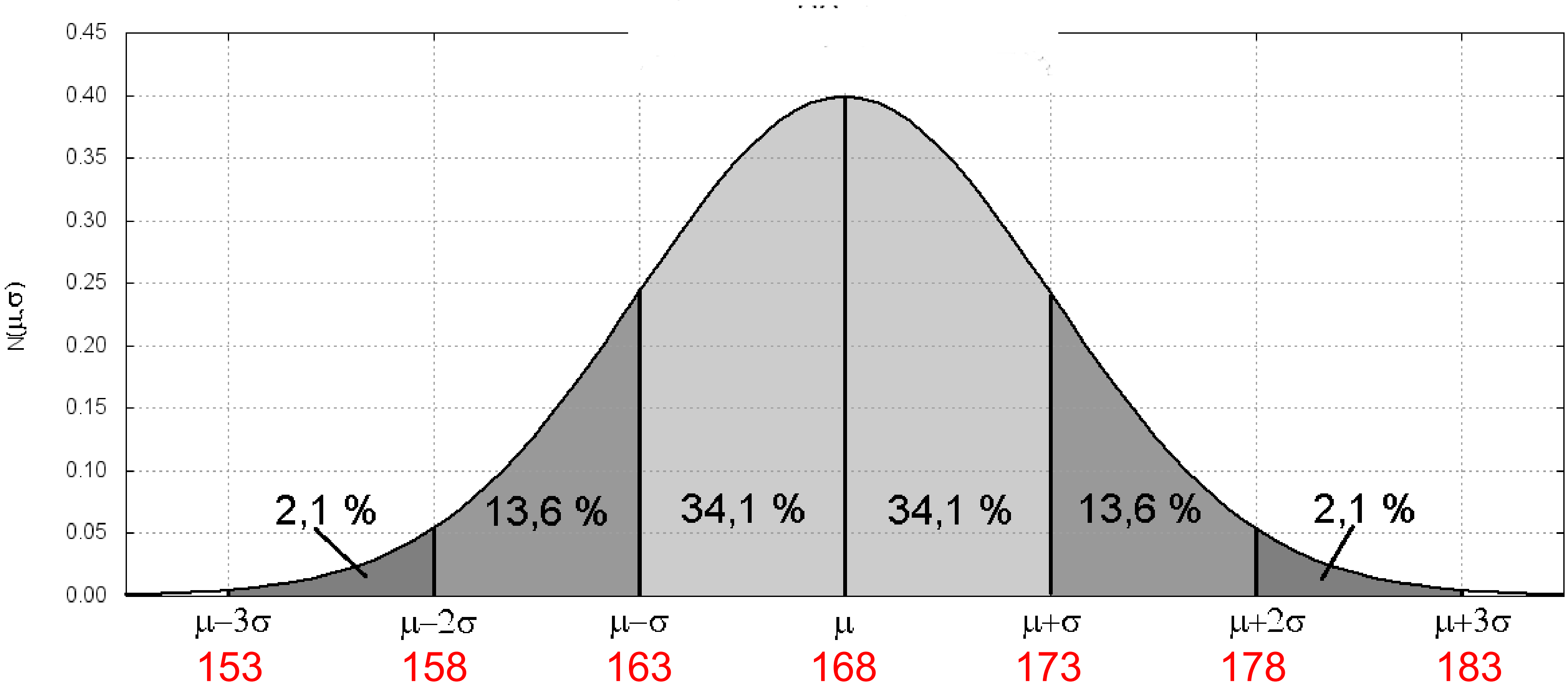
Normální (Gaussovo) rozdělení



Testování hypotéz

Výška 20 osob ve třídě:
průměr: 168 cm
směrodatná odchylka: 5cm

Může mít některá z osob výšku 180 cm?



Testování hypotéz

Hypotéza je předpoklad nebo domněnka.

Nulová hypotéza H_0 je tvrzení, že rozdíl testované hodnoty a očekávané hodnoty je způsoben náhodou.

Alternativní hypotéza H_A je tvrzení, které popírá platnost nulové hypotézy.

***p*-hodnota** je pravděpodobnost, že při H_0 by testová statistika t nabyla hodnoty, jaká vyšla z dat, nebo hodnoty ještě extrémnější (mimo interval $<-t;t>$)

Hladina významnosti α je zvolené číslo (0;1). Pokud je $p < \alpha$, tak platnost H_0 je velmi málo pravděpodobná a potom zamítáme H_0 na hladině významnosti α a přijímáme H_A. Pokud $p \geq \alpha$, nezamítáme H_0. (to neznamená, že zamítáme H_A). α je pravděpodobnost se kterou neprávem zamítneme platnou H_0.

Testování hypotéz

Příklady nulových hypotéz:

1) Účinek* léku A se liší od účinku léku B – H_0: *střední hodnota veličiny účinku léku A a B je stejná**.*

2) Účinek léku je u diabetiků vyšší – H_0: *střední hodnota veličiny účinku léku a diabetiků a u kontrolní skupiny je stejná.*

3) Střední doba dožití je po podání léku A vyšší – H_0: *střední doba dožití je po podání léku A stejná jako u kontrolní skupiny.*

4) Střední doba dožití závisí na BMI – H_0: *střední doba dožití u skupiny s BMI kolem 20 a u skupiny s BMI kolem 35 je stejná.*

* Třeba tlak hypertoniků.

** Vždy se budou změřené střední hodnoty lišit, ale pokud se liší málo, může to být náhoda.

Postup při testování

1. **Formulujeme tzv. nulovou hypotézu** (předpokládáme, že pozorovaný jev je pouze náhodný).
2. **Zvolíme hladinu významnosti testu α**, tj. riziko (že zamítneme hypotézu, která je ve skutečnosti správná), s nímž jsme ochotni se smířit.
3. **Spočítáme** příslušné **testovací kritérium** a porovnáme ho s příslušnou kritickou hodnotou.
4. **Nulovou hypotézu** buď **nezamítneme** (testovací kritérium je menší než kritická hodnota) nebo **zamítneme** (testovací kritérium je větší než kritická hodnota).

Grubbsův test odlehlých hodnot

Jako míra odlehlosti hodnoty slouží její vzdálenost od aritmetického průměru výběru dat s **normálním rozdělením**, vztažená k výběrové směrodatné odchylce.

Testovací statistika má tvar

$$t = \frac{|x_{ext} - \hat{\mu}|}{\sigma}$$

Je-li t větší než kritická hodnota $t_{N,\alpha}$, vyloučíme testovanou hodnotu ze souboru.

Poznámky:

1. Testujeme jednu hodnotu, která je nejvzdálenější od průměru X_{ext}.
2. V literatuře existují i varianty testující současně minimální i maximální hodnotu, případně používající nevýběrovou směrodatnou odchylku. Tyto varianty používají jiné kritické hodnoty.

Kritické hodnoty Grubbsova t-rozdělení (α = 0,05 a 0,01)

N	3	4	5	7	10	15	20	30	50	70	100	200
$T_{N,0,05}$	0,94	1,28	1,53	1,87	2,17	2,46	2,64	2,86	3,10	3,23	3,37	3,60
$T_{N,0,01}$	0,94	1,30	1,58	1,98	2,35	2,71	2,92	3,18	3,45	3,60	3,74	3,97

Studentův *t*-test

Varianty:

- **jednovýběrový *t*-test**, slouží k porovnání střední $\bar{x}$ hodnoty s konstantou (H_0: $x = \mu_0$);
  např. střední hodnota pH krve pacientů s onemocněním ledvin je 7,40

- **dvouvýběrový (nepárový) *t*-test**, slouží k porovnání střední hodnoty μ_1 jedné skupiny se střední hodnotou μ_2 jiné skupiny (H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$);
  např. střední hodnota systolického tlaku u kuřáků a nekuřáků;
  nebo střední hodnota systolického tlaku u skupiny, která bere placebo, a skupiny, která bere β-blokátory

- **párový *t*-test**, slouží k porovnání středních hodnot mezi prvními a druhými prvky uspořádaných dvojic (H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$).
  např. střední hodnota systolického tlaku u kuřáků před ukončením kouření a po ukončení kouření; nebo střední hodnota hladiny oxytocinu v krvi u matek a u jejich dětí

Jednovýběrový t-test
Test střední hodnoty normálního rozdělení

Nulová hypotéza předpokládá, že střední hodnota souboru s normálním rozdělením, ze kterého byl proveden výběr, je μ_0.

Testovací kritérium:

$$t = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{\sigma_{\bar{x}}}$$

kde $\bar{x}$ a $\sigma_{\bar{x}}$ a jsou výběrová střední hodnota a směrodatná odchylka tohoto aritmetického průměru.

Kritickou hodnotou $t_{1-\alpha}(N\text{-}1)$ jsou kvantily Studentova rozdělení s N-1 stupni volnosti pro zvolenou hladinu významnosti α, které najdeme ve statistických tabulkách nebo vypočítáme pomocí funkce =T.INV.2T(α,N-1).

Dvouvýběrový (nepárový) t-test
Test rovnosti dvou středních hodnot norm. rozd.

Nulová hypotéza předpokládá, že střední hodnoty dvou souborů s normálním rozdělením, ze kterých byl proveden výběr, se rovnají. .

Testovací kritérium:

$$t = \frac{\left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^{\,2}}{N_1} + \frac{\sigma_2^{\,2}}{N_2}}}$$

kde $\bar{x}_1$ a σ_1 resp. $\bar{x}_2$ a σ_2 jsou výběrová střední hodnota a výběrová směrodatná odchylka 1. souboru resp. 2. souboru.

Kritickou hodnotou $t_{1-\alpha}(N_1+N_2-2)$ jsou kvantily Studentova rozdělení s N_1+N_2-2 stupni volnosti pro zvolenou hladinu významnosti α, které najdeme ve statistických tabulkách nebo vypočítáme pomocí funkce =T.INV.2T(α, N_1+N_2-2).

Párový *t*-test

Máme dvojice hodnot, které patří k sobě (zpravidla hodnotu před a hodnotu po nějaké akci).
Nulová hypotéza předpokládá, že průměrný rozdíl hodnot ve dvojici je nulový.

Testovací kritérium: $$t = \frac{|\bar{x}|}{\sigma_{\bar{x}}}$$

kde $\bar{x}$ a $\sigma_{\bar{x}}$ a jsou výběrová střední hodnota rozdílu a její výběrová směrodatná odchylka aritmetického průměru.

Kritickou hodnotou $t_{1-\alpha}(N-1)$ jsou kvantily Studentova rozdělení s N-1 stupni volnosti pro zvolenou hladinu významnosti α, které najdeme ve statistických tabulkách nebo vypočítáme pomocí funkce =T.INV.2T(α,*N*-1).