Vzorový protokol pro předmět Zpracování experimentu.

Tento protokol by měl sloužit jako vzor pro tvorbu vašich vlastních protokolů. Na příkladech je zde ukázán správný zápis výsledků i formát tabulek a grafů. Velká písmena v horním indexu, vyskytující se v textu, odkazují na poznámky na konci protokolu, vysvětlující některé jevy. Na poznámku se můžete dostat kliknutím na toto písmeno. Kliknete-li na písmeno v poznámkách, přenese vás odkaz na text, ke kterému se poznámka vztahuje.

Laboratorní cvičení z předmětu Zpracování experimentu			
Příjmení a jméno	Ponížil Petr	Ročník / Skupina	
Název úlohy	Matematické kyvadlo	Datum měření	
		Datum odevzdání	
Verze protokolu		Hodnocení	

1. Úkol měření

a) Ověřte závislost doby kyvu matematického kyvadla na délce závěsu.
b) Určete konstantu úměrnosti vystupující v tomto vztahu.

2. Teoretická část[A]

Matematické kyvadlo je hmotný bod o hmotnosti m[B] zavěšený na nehmotném závěsu délky l. Je-li maximální výchylka kyvadla z rovnovážné polohy malá (menší než 5°), platí pro dobu kmitu T (1 kmit=2 kyvy) vztah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{1}$$

kde π je Ludolfovo číslo a g je tíhové zrychlení v místě experimentu. Označíme-li

$$k = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \tag{2}$$

lze vztah (1) přepsat ve tvaru

$$T = k\sqrt{l} \ , \tag{3}$$

kde k je konstanta úměrnosti. Po zlogaritmování navíc dostaneme:

$$\ln(T) = \frac{1}{2}\ln(l) + \ln(k) \tag{4}$$

3. Experiment:

3.1 Použité přístroje a pomůcky

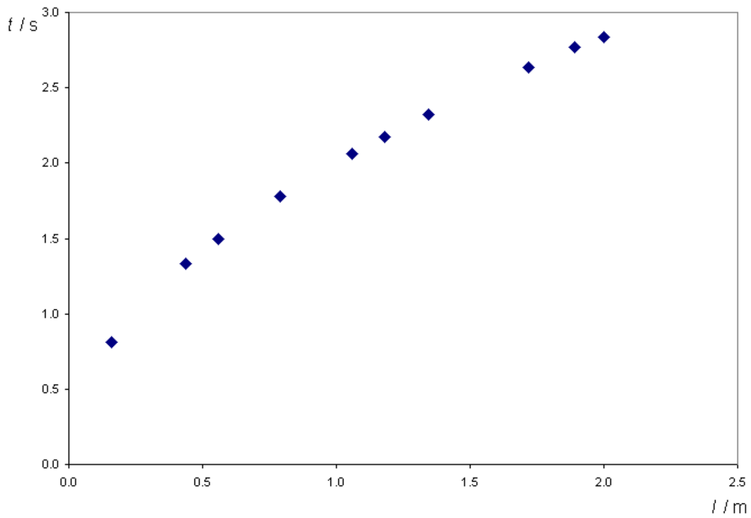
Matematické kyvadlo, měřítko, stopky.

Závislost doby kmitu na délce závěsu

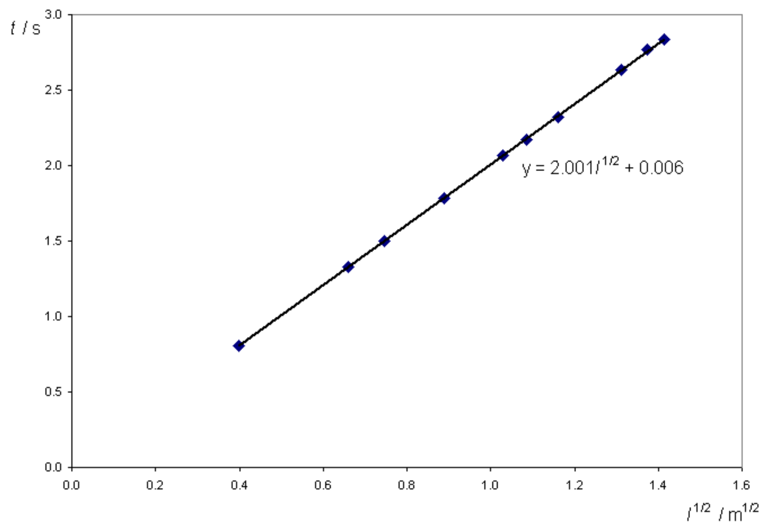
Tabulka 1: Změřená doba 100 kmitů pro různé délky závěsu

i	l[C] m	T_{100} s	T_1 s
1	0,159	80,8	0,808
2	0,436	133,2	1,332
3	0,557	149,6	1,497
4	0,792	178,1	1,781
5	1,058	206,4	2,064
6	1,181	217,2	2,172
7	1,345	232,0	2,321
8	1,720	263,3	2,634
9	1,889	276,6	2,767
10	2,002	283,4	2,835

i - číslo měření[D]
l - délka závěsu
T_{100} - doba 100 kmitů
T_1 - doba 1 kmitu



Graf 1: Závislost doby kmitu na délce závěsu[E]



Graf 2: Závislost doby kmitu na odmocnině délky závěsu[F]

Tabulka 2: výstup funkce LINREGRESE()[G]

2,000794	0,006059
0,006327	0,006678
0,999920	0,006315

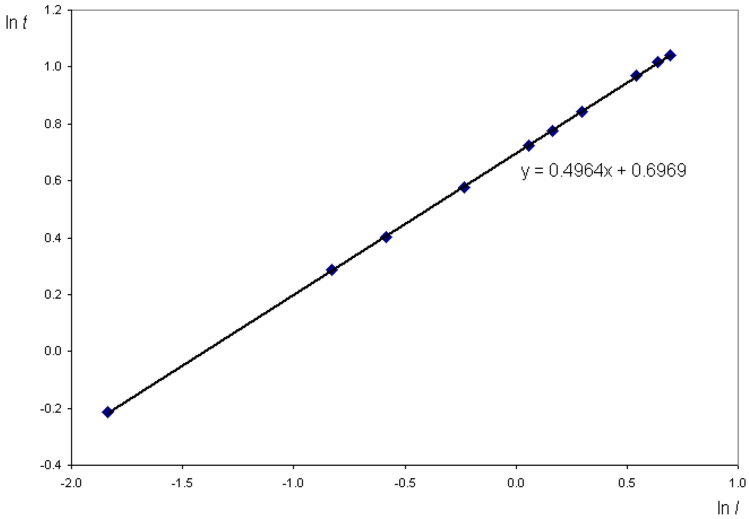
Pomocí funkce =LINREGRESE() byla linearizovanou závislostí (3) proložena metodou nejmenších čtverců přímka $t = k.l^{1/2} + b$, jejíž parametry jsou k = (2,001[H] ± 0,007[I]) s.m$^{-1/2}$ a b = (0,006 ± 0,007) s. Podle vztahu (3) má být parametr b = 0, což je v rámci jeho chyby splněno.

Podle vztahu (2) je hodnota tíhového zrychlení:

$$g=\left(\frac{2\pi}{k}\right)^2=9{,}8618 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\sigma_g=\sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial k}\right)^2}\sigma_k=\left|-\frac{8\pi^2}{k^3}\right|\sigma_k=9{,}8618\,.\,0{,}006327=0{,}0624 \text{ m.s}^{-2}$$ [P]

g_1=(9,86[H] ± 0,07[I]) m.s^{-2}



Graf 3: Závislost logaritmu doby kmitu na logaritmu délky závěsu[J]

Tabulka 3: výstup funkce LINREGRESE()

0,496362	0,696859
0,001383	0,001050
0,999938	0,003287

Pomocí funkce =LINREGRESE() byla linearizovanou závislostí (4) proložena metodou nejmenších čtverců přímka ln(t) = a.ln(l) + ln(k) s parametry a = (0,4964 ± 0,0014) s.m$^{-1/2}$ a b = (0,6969 ± 0,0011) s. Podle vztahu (4) má být parametr a = 1/2. Námi změřený parametr je mimo dvě směrodatné odchylky, ale uvnitř tří směrodatných odchylek od této hodnoty.[O] V souladu s rovnicemi (2) a (4)

$$g=\left(\frac{2\pi}{e^b}\right)^2=9{,}7966\ \mathrm{m.s^{-2}}$$

$$\sigma_g=\sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial b}\right)^2}\sigma_b=\left|-\frac{8\pi^2}{e^{2b}}\right|\sigma_b=19{,}59\,.\,0{,}001050=0{,}0206\ \mathrm{m.s^{-2}}$$

g_2 = (9,80 ± 0,03) m.s^{-2}

Určení konstanty úměrnosti

Tabulka 4: Délka závěsu (změřená 20x měřítkem s přesností na desetinu milimetru) a doba kmitu (měřená stopkami s přesností na desetinu sekundy).

i	l	T_{100}	T_1	i	l	T_{100}	T_1
	m	s	s		m	s	s
1	1,9996	282,3	2,823	11	2,0054	284,3	2,843
2	1,9932	281,4	2,814	12	2,0010	285,2	2,852
3	1,9910	283,3	2,833	13	2,0074	283,1	2,831
4	2,0012	283,3	2,833	14	1,9944	282,6	2,826
5	1,9972	283,5	2,835	15	1,9962	284,5	2,845
6	2,0000	284,3	2,843	16	2,0052	284,3	2,843
7	2,0028	283,5	2,835	17	2,0012	282,3	2,823
8	1,9986	283,7	2,837	18	1,9926	282,3	2,823
9	2,0004	284,4	2,844	19	1,9958	283,4	2,834
10	2,0034	285,0	2,850	20	2,0000	283,7	2,837

i – číslo měření
l – délka závěsu
T_{100} – doba 100 kmitů
T_1 – doba 1 kmitu

l = (1,9987[H] ± 0,0009[K]) m
T_{100} = (283,5 ± 0,3) s[I]
$T = T_{100}/100$ = (2,835 ± 0,003) s
Ze vztahu (3):

$$k=\frac{T}{\sqrt{l}}=\frac{2,8347}{\sqrt{1,99874}}=2,005067 \text{ s.m}^{-1/2}$$

$$\sigma_k=\sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial T}\sigma_T\right)^2+\left(\frac{\partial k}{\partial l}\sigma_l\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{l}}\sigma_T\right)^2+\left(-\frac{T}{2\sqrt{l^3}}\sigma_l\right)^2}=$$

$$=\sqrt{(0,001591)^2+(-0,000437)^2}=0,00165 \text{s.m}^{-1/2}$$ [L]

Byla zjištěna hodnota konstanty úměrnosti k:
k = (2,0051±0,0017[K]) s.m$^{1/2}$
Podle vztahu (2) pak hodnota tíhového zrychlení je:

$$g=\left(\frac{2\pi}{k}\right)^2=9,81978 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\sigma_g=\sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial k}\right)^2}\sigma_k=|-\frac{8\pi^2}{k^3}|\sigma_k=9,7950\,.\,0,00165=0,01616 \text{ m.s}^{-2}$$ [M]

g_3 = (9,820 ± 0,017) m.s^{-2}

Závěr

Byla změřena závislost doby kmitu matematického kyvadla na délce závěsu (graf 1). Experimentální závislost byla linearizována vztahem (3) – graf 2. Bylo zjištěno, že závislost t=2,001$l^{1/2}$+0,006 velmi dobře aproximuje naměřená data. Bylo zjištěno, že závislost doby kyvu je přímo úměrná odmocnině délky závěsu s konstantou úměrnosti k=2,001 s.m$^{1/2}$. Této konstantě odpovídá hodnota tíhového zrychlení $\boldsymbol{g_1}$ **= (9,86 ± 0,07) m.s^{-2}**.
Dále jsme se experimentální data pokusili aproximovat vztahem (4) – graf 3. Odlogaritmováním hodnoty 0,6969 ze závislosti ln(t)=0,4969 ln(l)+0,6969 dostaneme

parametr k z rovnice (2) t=2,008$l^{0,4969}$. V rámci chyby byla opět potvrzena závislost doby kmitu na odmocnině délky závěsu, tentokrát s konstantou úměrnosti k=2,008 s.m$^{1/2}$.Této konstantě odpovídá hodnota tíhového zrychlení **g_2 = (9,80 ± 0,03) m.s^{-2}**. Je zajímavé, že hodnota tíhového zrychlení zjištěná ze stejných experimentálních dat (Tabulka 1) různými metodami linearizace se navzájem liší jak velikostí, tak i chybou.
Dále byla co nejpřesněji zjištěna délka závěsu matematického kyvadla a změřena odpovídající doba kmitu. Z naměřených hodnot byla vypočtena konstanta úměrnosti ve vztahu (3) k = (2,0051±0,0017) s.m$^{1/2}$.Této hodnotě odpovídá tíhové zrychlení **g_3 = (9,820 ± 0,017) m.s^{-2}**. Tabulková hodnota tíhového zrychlení ve Zlíně je **g_{tab} = 9,809 m.s^{-2}**. Všechny tři hodnoty g zjištěné měřením odpovídají v rámci svých chyb této tabulkové hodnotě.[N] To znamená, že tabulková hodnota tíhového zrychlení ve Zlíně byla naším měřením potvrzena.

Poznámky

[A.] Teoretická část protokolu by měla obsahovat základní vztahy potřebné při měření, u elektrických úloh i schéma zapojení. Při diskusi o protokolu nebudete mít při ruce návod, ale jen co jste si vypsali do teoretické části.

[B.] Fyzikální veličiny je zvykem zapisovat kurzívou. Je na vaší volbě, pro jaký formát se rozhodnete, můžete je psát třeba tučně. V každém případě musí být všude (v textu, tabulkách, obrázcích, grafech) zapisovány stejně.

[C.] V záhlaví tabulky musí být uvedena měřená veličina (buď značkou nebo popisem – místo „*l*“ by tam mohlo být i délka závěsu). Jednotky zapisujeme pod veličinu.

[D.] Není-li význam veličin v tabulce zřejmý z popisů sloupců nebo textu, je vhodné přidat k tabulce vysvětlivky.

[E.] Graf musí mít popsané osy včetně jednotek; zpravidla ve formě veličina / jednotka.

[F.] Pokud naměřená data prokládáme nějakou křivkou, je užitečné popsat ji buď v grafu nebo v legendě. Použité konstanty by měly mít rozumný počet míst (viz poznámka H).

[G.] Funkce =LINREGRESE() je maticová funkce, která vrací tabulku (matici) parametrů přímky. Pro přímku $y = ax + b$ vrací v prvním řádku parametry a a b, ve druhém řádku jejich směrodatné odchylky σ_a a σ_b a v prvním sloupci třetího řádku koeficient determinace r^2.

[H.] Uvedeme-li výsledek měření ve formátu (xxx±yyy), musí xxx být střední hodnota veličiny (zpravidla aritmetický průměr) a yyy směrodatná odchylka průměru (střední kvadratická chyba). Znamenají-li veličiny něco jiného, je třeba to do protokolu výslovně uvést. Střední hodnota by měla být uvedena na takový počet míst, aby poslední jedno nebo dvě z nich byla ještě zasažena chybou.

[I.] Směrodatná odchylka by měla být uvedena na jednu platnou číslici – z malého počtu měření ji stejně přesněji neodhadneme. Směrodatná odchylka se vždy zaokrouhluje nahoru.

[J.] Graf obsahuje logaritmické osy. Uvádět v tomto případě jednotky jako ln(m) (přirozený logaritmus metru) není úplně dobrý nápad.

[K.] Je-li mantisa směrodatné odchylky menší než 2, je možné uvést směrodatnou odchylku na dvě platné číslice. Pokud bychom třeba (xxx±0,11) zapsali jako (xxx±0,2), dopustili bychom se takovým zaokrouhlením značného zkreslení výsledku.

[L.] Protokol není cvičením v sázení vzorců. Tento řádek jsem uvedl tak podrobně, aby bylo vidět, jak jsem se k výsledku dostal. V praxi stačí uvést jen výsledek. Cestu, jak jste se k němu dostali, byste určitě měli být schopni reprodukovat při diskusi nad protokolem.

[M.] Absolutní hodnota se do vzorce dostala jako odmocnina z druhé mocniny. Sama derivace je záporná.

N. K výsledku měření je třeba se v závěru vyjádřit, porovnat ho s teoretickými nebo tabulkovými hodnotami.

O. Při obhajobě protokolu byste měli být schopni vysvětlit, co z toho plyne. V tomto případě například, že něco takového není vyloučené, ale dost nepravděpodobné.

P. Zaokrouhlováním hodnot používaných dál ve výpočtu vnášíme do výpočtu další chyby. Proto při výpočtu používáme větší počet míst a teprve výsledek zaokrouhlíme.