

2. Lineární regrese

Motivace:

Lineární regrese je metoda umožňující proložení bodů v grafu přímkou. Materiálové obory se hledají závislost vlastností materiálů na parametrech jeho přípravy (závislost permitivity nebo pevnosti kompozitu na obsahu plniva). Potravináři studují třeba závislost roztékavosti sýra na obsahu tavících solí nebo pH výrobku na obsahu kyseliny citronové. Procesní inženýry zajímá závislost viskozity při vstřikování na teplotě nebo složení materiálu. Pro měření byla zvolena tuhost pružiny, která je konstantou úměrnosti mezi silou působící na pružinu a jejím prodloužením.

Potřebné znalosti a dovednosti:

1. Vážení na laboratorních vahách, měření délkovými měřidly.
2. Střední hodnota, směrodatná odchylka souboru, směrodatná odchylka průměru.
3. Sestrojení grafu závislosti dvou veličin v Excelu.
4. Použití funkce LINREGRESE.
5. Interpretace výstupů funkce LINREGRESE.
6. Interpretace koeficientu determinace.
7. Interpretace korelačního koeficientu.
8. Test korelačního koeficientu.

Základní pojmy:

Tuhost pružiny:

Velikost síly F působící na pružinu tuhosti k , je přímo úměrná protažení pružiny d a směřuje opačným směrem než je protažení:

$$\mathbf{F} = -k \cdot \Delta d \quad (1)$$

Znaménko minus ve vztahu (1) značí, že směr vektoru síly je opačný než směr vektoru deformace pružiny. Nás bude zajímat pouze závislost velikosti protažení pružiny na velikosti síly. Vztah (1) pak můžeme napsat:

$$F = k \cdot \Delta d = k \cdot (d - d_0) \quad (2)$$

Vztahy (1) a (2) jsou analogií k Hookeovu zákonu, kdy koeficientem úměrnosti mezi zatěžující silou a protažením pružiny je tuhost pružiny k .

Vztah mezi polohou d konce pružiny a hmotností m závaží zavěšeného na pružině na je

$$m \cdot g = k(d - d_0), \quad (3)$$

kde g je tíhové zrychlení ($g_{Zlín} = 9,8130 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$) a d_0 je poloha konce nezatížené pružiny.

Vyneseme-li do grafu závislost polohy konce pružiny na hmotností závaží, dostaneme přímkou popsanou rovnicí

$$d = \frac{g}{k} m + d_0 = ax + b. \quad (4)$$

Ze směrnice přímky a vypočítáme tuhost pružiny k . Pomocí zákona šíření chyb, podle kterého se relativní chyba tuhosti pružiny δ_k musí rovnat relativní chybě směrnice přímky δ_a , vypočítáme absolutní chybu tuhosti pružiny $\sigma_k = k \delta_k$. Celkem tedy

$$\sigma_k = \frac{k}{a} \sigma_a,$$

kde $\sigma_a = a \delta_a$ je absolutní chyba směrnice přímky a , kterou lze najít pomocí funkce LINREGRESE .

Použité přístroje a pomůcky:

1. Pružiny o různé tuhosti, laboratorní váhy, laboratorní závaží, délkové měřítko.

Úkoly měření:

Stanovte tuhost pružiny statickou metodou:

1. Pro několik hodnot zatížení pružiny závažím o hmotnosti m určete polohu konce pružiny d (využijte přiložený metr) a hmotnost závaží (zjistěte na digitální váze).
2. Vytvořte graf, do kterého vynesete hmotnosti závaží na osu x a polohu konce pružiny na osu y . S využitím vztahu (4) proložte body pomocí lineární regrese přímku a určete hodnotu tuhosti pružiny k a její chybu σ_k .
3. Spočtete korelační koeficient a koeficient determinace.
4. Otestujte korelační koeficient.
5. Diskutujte získaná data a formulujte závěry.

Seznam doporučené literatury:

- [1] Halliday D., Resnick R., Walker J.: Fyzika, VUT v Brně, Nakladatelství VUTIUM, (2000).
- [2] Meloun M., Militký J.: Statistická analýza experimentálních dat, Academia, Nakladatelství Akademie věd České republiky (2004).